

SVILUPPI $t \rightarrow 0$

$$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^4}{4!} + \dots$$

COMPLETO E TUTTI +

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} + \dots$$

NO FATTORIALE
COMPLETO

$$\text{ser } t = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \frac{t^7}{7!} + \dots$$

POTENZE DI SPAAI

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \frac{t^6}{6!} + \dots$$

POTENZE PARI

$$\tan t = t + \frac{t^3}{3} + \frac{2t^5}{15} + \dots$$

$$\arctan t = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7} + \dots$$

COME IL SENO, SENZA IL FATTORIALE

$$\sinh t = t + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \frac{t^7}{7!} + \dots$$

COME IL SENO, CON
TUTTI +

$$\cosh t = 1 + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \frac{t^6}{6!} + \dots$$

CON IL COSENO, CON
TUTTI +

$$\arcsent = t + \frac{t^3}{6} + \frac{3}{40}t^5 + \dots$$

$$(1+t)^{\alpha} \approx 1 + \alpha t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} t^3 + \dots$$

CALCOLO DEI LIMITI

1) INIZIO A SVILUPPARE DAL DENOMINATORE
FERMANDOLI IL PRIMA POSSIBILE IN MODO CHE
IL DENOMINATORE NON VENGA IDENTICAMENTE
ZERO (NON SI DEVE SEMPLIFICARE TUTTO)

ES $\lim_{x \rightarrow 0}$ 0 0 0 0

$$\text{ES } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{1 - e^x}$$

$e^x = 1$ SE MI FERMO AD 1 IL DEN $1 - 1 = 0$ NO

$e^x = \underline{1+x}$ " " " " x IL DE $1 - (\underline{1+x})$
 $= 1 - 1 - x = -x$ SI

$$D = -x + o(x)$$

2) SVILUPPO IL NUMERATORE FINO ALL' ORDINE (POTENZA) OTTENUTO NEL DENOMINATORE.

NOB. NON POSSO TRASCURARE TERMINI DI GRADO MINORE, POSSO INVECE SUPERARE DI GRADO

ESERCIZI

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^2 \cdot \sin x}$$

DENOMINATORE $x^2 \cdot \sin x$

$$\sin x = x + o(x)$$

DENOMINATORE $x^3 + o(x^3)$

NUMERATORE $\underline{\sin x - x}$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!}$$

$$\text{NUMERATORE : } \cancel{x} - \frac{x^3}{6} - \cancel{x} + o(x^3)$$

n $\checkmark 3$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{x^3}{6}}{x^3} = -\frac{1}{6}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \ln(1+x)^2}{\cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \ln(1+x)}{\cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1}$$

DEN $\cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} \quad t = \frac{x}{2} \rightarrow \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 1 - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{2} = 1 - \frac{x^2}{4} \cdot \frac{1}{2} = 1 - \frac{x^2}{8} + o(x^2)$$

DEN $\cancel{1 - \frac{x^2}{8}} + o(x^2)$

NUM $\sin 2x - 2 \ln(1+x)$

$$\sin t = t - \frac{t^3}{3!}$$

NON SERVĒ $\rightarrow \frac{(2x)^3}{6} = \frac{8x^3}{6}$

$$\sin 2x = \underline{2x} + o(x)$$

$$\ln(1+x) = \underline{x - \frac{x^2}{2}} + \cancel{x^3} + o(x^2)$$

NON SERVĒ

NUM $2x - 2\left(x - \frac{x^2}{2}\right) = \cancel{2x} - \cancel{2x} + x^2 + o(x^2)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{-\frac{x^2}{8}} = \frac{1}{-\frac{1}{8}} = -8$$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + \ln(\cos x)}{x^4 + x^5}$

$$\text{DEN } x^4 + x^5 = x^4 + o(x^4)$$

$$\text{NUM } 1 - \cos x + \ln(\cos x)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + o(x^4)$$

$$\ln(\cos x) = \ln\left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}\right)$$

grado 4

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} - \frac{(-\frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!})^2}{2} =$$

$$-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}\right)^2}{2}$$

STOP

$$-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{\frac{x^4}{4} - 2\left(\frac{x^2}{2}\right)\left(\frac{x^4}{24}\right) + \frac{x^8}{(24)^2}}{2}$$

$$-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{\frac{x^4}{4} \cdot \frac{1}{2}}{2} = -\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^4}{8} + o(x^4)$$

$$N: 1 - \cos x + \ln(\cos x)$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow$$

$$1 - \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}\right) + \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^4}{8}\right)$$

$$\cancel{1} - \cancel{1} + \cancel{\frac{x^2}{2}} - \cancel{\frac{x^4}{24}} - \cancel{\frac{x^2}{2}} + \cancel{\frac{x^4}{24}} - \frac{x^4}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{x^4}{8}}{x^4} = -\frac{1}{8}$$

PER NOI: 1) ENGEL

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{x}{2}} - \sqrt{1 + \sin x}}{\ln(\cos x)} = -\frac{1}{2}$$

SUGGERIMENTO

PRIMA $\sin x = x$

POI $\sqrt{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2} \leftarrow \alpha$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{x^2}}{\tan^2 x} = -\frac{3}{2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \ln x - e^{x-1}}{(x-1)^2} = -1$$

U.D. $x \rightarrow 1$ NON VA BENE
ALLORA $\frac{x-1 \rightarrow 0}{=t} \cos t \quad t \rightarrow 0$