

$$\vec{N} = (2; 3; -1) \quad \vec{W} = (-6; -9; +3)$$

$$\vec{W} = -3\vec{N} \quad 1\vec{W} + 3\vec{N} = \vec{0}$$

$\vec{W}$ e $\vec{N}$ SONO DIPENDENTI PERCHÉ $\vec{W} = -3\vec{N}$

OPPURE $\vec{N} = -\frac{1}{3}\vec{W}$

DALLA LORO DIPENDENZA SI HA $1\vec{W} + 3\vec{N} = \vec{0}$

HO TROVATO 2 SCALARI (1 e 3) PER CUI
LA COMBINAZIONE LINEARE $1\vec{W} + 3\vec{N}$

DA' IL VETTORE NULO. TALI SCALARI SONO $\neq 0$

$$\vec{V} = (1, 0, 1) \quad \vec{W} = (0, 1, 0)$$

$\vec{V}$ e $\vec{W}$ NON SI POSSO OTTENERE L'UNO
DALL'ALTRO $\rightarrow$ SONO INDIPENDENTI

PER OTTENERE IL VETTORE NULO $\vec{0}$ DA
 $\vec{V}$ e $\vec{W}$ L'UNICO MODO È USARE DEGLI SCALARI
TUTTI 0

$$0 \cdot \vec{V} + 0 \cdot \vec{W} = \vec{0} \quad \text{L'UNICO MODO}$$

DEF. DATI M VETTORI $\vec{N}_1 \dots \vec{N}_m$ DI $\mathbb{R}^n$

• ESSI SONO L.I. SE

$$\alpha_1 \vec{N}_1 + \alpha_2 \vec{N}_2 + \dots + \alpha_m \vec{N}_m = \vec{0}$$

HA COME UNICA SOL $\alpha_1 = 0 \quad \alpha_2 = 0 \dots \alpha_m = 0$

• ESSI SONO L.D. SE **ALMENO** UN $\alpha_1 \neq 0$

ES

$$\vec{N}_1 (1; 0; 1) \quad \vec{N}_2 (1; 0; 0) \quad \vec{N}_3 (0; 1; -1)$$

DIRE SE FORTUNO UNA BASE DI $\mathbb{R}^3$

DEVO SOLO VEDERE SE SONO L.I. o L.D.

$$\alpha_1 \vec{N}_1 + \alpha_2 \vec{N}_2 + \alpha_3 \vec{N}_3 = \vec{0}$$

$$\alpha_1 (1; 0; 1) + \alpha_2 (1; 0; 0) + \alpha_3 (0; 1; -1) = (0; 0; 0)$$

$$(\alpha_1; 0; \alpha_1) + (\alpha_2; 0; 0) + (0; \alpha_3; -\alpha_3) = (0; 0; 0)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 = 0 \\ \alpha_1 - \alpha_3 = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_2 = 0 \\ \alpha_3 = 0 \\ \alpha_1 = 0 \end{array} \right. \quad \underline{\underline{\text{SI}}}$$

ESAME

- 1) SE POSSIBILE, TROVARE UN INSIEME DI 2 GENERATORI IN $\mathbb{R}^3$. ALTRIMENTI, MOTIVARE IL PERCHÈ.

IMP. PERCHÈ LA DIMENSIONE DI $\mathbb{R}^3$ È 3
E QUINDI IL MINIMO NUMERO PER
AVERE UN SISTEMA DI GENERATORI È 3

2) SE POSSIBILE, TROVARE UN SISTEMA DI GENERATORI IN $\mathbb{R}^3$ FORMATO DA 3 VETTORI DI CUI UNO È IL VETTORE NULLO ALTREMENTI

NON È POSSIBILE PERCHÉ CON 2 VETTORI SI GENERA AL MASSIMO UNO S.V. DI DIM. 2

3) SE POSSIBILE TROVARE UN INSIERE DI 3 GENERATORI DI $\mathbb{R}^3$ IN MODO CHE UNO DI ESSI SIA IL VETTORE $(1; 0; 2)$. ALTREMENTI ...

$$\vec{N}(1; 0; 2) \quad \vec{e}_1(1; 0; 0) \quad \vec{e}_2(0; 1; 0)$$

VEDO SE $\vec{V}; \vec{e}_1; \vec{e}_2$ SONO L.I.

$$\alpha_1 \vec{N} + \alpha_2 \vec{e}_1 + \alpha_3 \vec{e}_2 = \vec{0}$$

$$(\alpha_1; 0; 2\alpha_1) + (\alpha_2; 0; 0) + (0; \alpha_3; 0) = (0; 0; 0)$$

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 = 0 \\ \alpha_3 = 0 \\ 2\alpha_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_2 = 0 \\ \alpha_3 = 0 \\ \alpha_1 = 0 \end{cases} \quad \text{SONO L.I.}$$

UN SISTEMA DI GEN. DI $\mathbb{R}^3$ È DATO DA

$\vec{N}; \vec{e}_1; \vec{e}_2$ È UN QUALSIASI ALTRO VETTORE DI $\mathbb{R}^3$

4) SE POSSIBILE TROVARE UN INSIERE DI 3 GENERATORI DI $\mathbb{R}^3$ IN MODO CHE

DUE DI ESSI SIANO $(1;0;2)$ E $(2;0;4)$
ALTRIMENTI...

5) SE POSSIBILE TROVARE UN INSIEME
DI 3 GENER. DI $\mathbb{R}^3$ IN MODO CHE
DUE DI ESSI SIANO $(1;0;2)$ E $(1;0;4)$
ALTRIM...

$$\vec{N}_1 = (1;0;2) \quad \vec{N}_2 = (1;0;4) \quad \vec{N}_3 = (0;1;0)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 = 0 \\ \alpha_3 = 0 \\ 2\alpha_1 + 4\alpha_2 = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = -\alpha_2 \\ \alpha_3 = 0 \\ -2\alpha_2 + 4\alpha_2 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_3 = 0 \\ \alpha_2 = 0 \end{array}$$

SONO L.I. $\Rightarrow$ SISTEMA GEN.