

DEFINIZIONE : UN INSIEME SI DICE MATEMATICO

SE $\exists$ UN CRITERIO OGGETTIVO
 $\downarrow$
 ESISTE PER STABILIRE CHI
 $\in$ E CHI $\notin$
 $\downarrow$
 APPARTIENE
 ALL'INSIEME

GLI INSIEMI SI INDICANO CON LE LETTERE MAIUSCOLE DELL'ALFABETO A, B, C...

I LORO ELEMENTI CON LE MINUSCOLE a, b, c...

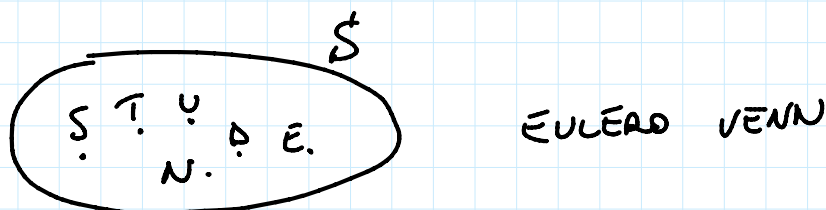
RAPPRESENTAZIONE:

1) PER ELENCAZIONE

2) EULERO VENN

3) PROPRIETÀ CARATTERISTICA O INTENSIVA

S: { S, T, U, D, E, N } ELENCAZIONE



S: { X | X È UNA LETTERA DELLA PAROLA STUDENTE }
 $\downarrow$
 LI DEVO SCOPRIRE ? $\rightarrow$ TALE CHE OPPURE : **PROPRIETÀ CARATTERISTICA**

ESERCIZIO

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

SCRIVILO IN FORMA INTENSIVA

$$A = \{x \mid x = 2m + 1, m \in \mathbb{N}, 0 \leq m \leq 6\}$$

ESEMPIO: SCRIVI L'INSIEME DEI NUMERI PARI
COMPRESI TRA 9 e 20

$$A = \{x \mid x = 2m \wedge m \in \mathbb{N} \wedge 5 \leq m < 10\}$$

$\downarrow$
 e

" oppure "
 $5 \leq m \leq 9$

L'INSIEME UNIVERSO: È L'INSIEME DA DOVE
PRENDO GLI ELEMENTI
PER FORMARE IL MIO INSIEME

QUANDO SI FORMA UN INSIEME, SE L'UNIVERSO NON È CHIARO
VA SPECIFICATO. SI INDICA CON U

INSIEME VUOTO: È UN INSIEME PRIVO DI
ELEMENTI
SI INDICA CON $\emptyset$ o $\{\}$

DEFINIZIONE DI SOTTOINSIEME

DATI 2 INSIEMI A e B , B È UN
SOTTOINSIEME DI A SE **TUTTI** GLI ELEMENTI
DI B APPARTENGONO ANCHE AD A

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{1, 2, 5\}$$

$\downarrow$

$$5 \notin A$$

DOMANDA $\emptyset$ È SOTTOINSIEME DI A ?

SUPPONGO PER ASSURDO CHE $\emptyset \not\subset A$

NON CONTENUTO NON È SOTTOINSIEME

ALLORA IN $\emptyset$ TROVO ALTENO UN ELEMENTO CHE NON STA IN A
 MA CIÒ È ASSURDO (IMPOSSIBILE) PERCHÉ $\emptyset$ È PRIVO DI ELEMENTI
 HO UNA CONTRADDIZIONE SICCOME IL RAGIONAMENTO È CORRETTO
 L'ERRORE STA NEL SUPPORRE CHE $\emptyset \not\subset A$.

ALLORA $\emptyset \subset A$.

COROLLARIO: $\emptyset$ È SOTTOINSIEME DI TUTTI GLI INSIEMI
 ↓
 CONSEGUENZA VIENE CHIAMA SOTTOINSIEME INERENTE

INSIEMI NUMERICI

NATURALI $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ È CHIUSO
 RISPETTO
 $+$; $\times$

INTERI RELATIVI $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ È CHIUSO
 $+$; $\times$; $-$
 ↓
 (COL SEGNO)

RAZIONALI $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{N}_0 \right\}$

$\mathbb{N}_0 = \{1, 2, 3, \dots\}$
 $\hookrightarrow \mathbb{N} - \{0\}$

? ?
 $\sqrt{\quad}$ $\cap$ $\sqrt{\quad}$ $\cap$ $\leftarrow$ $\mathbb{R}$

$$\sqrt{2} \in \mathbb{Q} \quad \sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \quad \leftarrow \text{ESATTO}$$

1) IL QUADRATO DI UN NUMERO PARI È ANCORA PARI

DIM SUPPONGO CHE m È PARI $\Rightarrow m = 2k$ $k \in \mathbb{N}$

$$m^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2 \cdot (2k^2)$$

$\uparrow$
 m^2 È PARI

2) IL QUADRATO DI UN NUMERO DISPARI È ANCORA DISPARI

TEOREMA $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

DIM. : PER ASSURDO SUPPONGO CHE $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

ALLORA $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ CON m E n PRIMI TRA LORO
IRRIDUCIBILI

ELEVO AL QUADRATO

$$(\sqrt{2})^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2$$

$$2 = \frac{m^2}{n^2} \Rightarrow m^2 = 2 \cdot n^2 \quad *$$

ALLORA m^2 È PARI ALLORA m È PARI

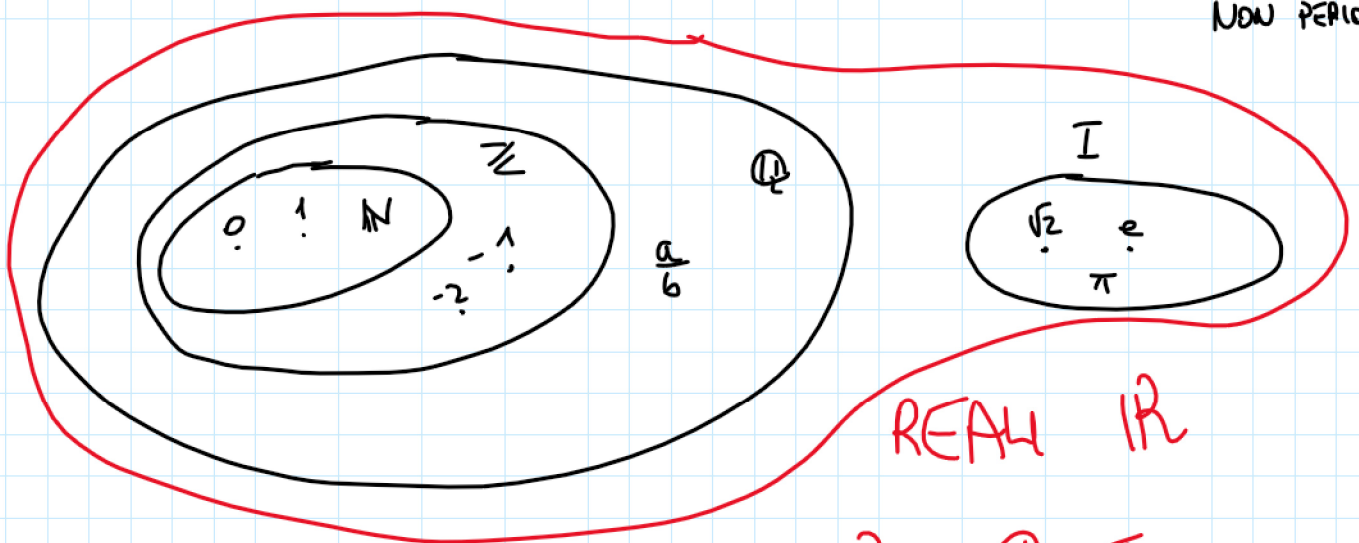
SE m È PARI $m = 2k \Rightarrow m^2 = 4k^2 \quad **$

DA $*$ E $**$ HO $4k^2 = 2m^2$ DIVIDO TUTTO PER 2

$$m^2 = 2k^2 \quad m^2 \text{ PARI} \quad m \text{ PARI}$$

IN QUESTO MODO m e n SONO ENTRATE PARI
E QUINDI DIVISIBILI PER 2. OTTENGO UNA CONTRADDIZIONE
PER CUI $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

NUMERI IRRAZIONALI $I = \{ \sqrt{2}; \pi, e, \text{TUTTI I NUMERI DECIMALI.} \}$
 $\downarrow$
 (NUMERO IRRAZIONALE)
 IRRAZIONALI
 NON PERIODICI



$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup I$$

NUMERI IMMAGINARI

PER DEFINIZIONE

$$\sqrt{-1} = i = \text{UNITÀ IMMAGINARIA}$$

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$$

$\uparrow$
 $\mathbb{R}$

$$\sqrt{-5} = \sqrt{5} i$$

$\uparrow$
 $\in \mathbb{R}$

$$\sqrt{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} i$$

$\uparrow$
 $\in \mathbb{R}$

$$I_m = \{ bi \mid b \in \mathbb{R} \}$$



$$\mathbb{C} = \underline{\mathbb{R}} \cup \underline{I_m}$$

UN NUMERO COMPLESSO SI INDICA GENERALMENTE CON z

$$z = \underbrace{2}_{\substack{\text{PARTE} \\ \text{REALE} \\ \text{Re}}} + \underbrace{4i}_{\substack{\text{PARTE} \\ \text{IMAGINARIA} \\ \text{Im}}}$$

$$z = a + bi \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 = -3$$

$$\text{se } x \in \mathbb{R} \rightarrow \text{IMP}$$

$$\text{se } x \in \mathbb{C}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3} i}{2}$$

"SPEZZO"

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$x_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

STESSA PARTE Re
PARTE Im OPPOSTA

x_1 e x_2 COMPLESSI E CONIUGATI

OPERAZIONI CON GLI INSIEMI

INTERSEZIONE

DEF DATI 2 INSIEMI

$A \cap B$ SI DEFINISCE

INTERSEZIONE TRA A e B

UN INSIEME FORMATO

DAGLI ELEMENTI DI A e

DI B

↓
ELEMENTI
COMUNI

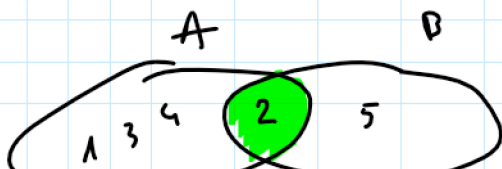
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

↓
INTERSEZIONE

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 5\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$



UNIONE

DEF DATI 2 INSIEMI

$A \cup B$ SI DEFINISCE

UNIONE TRA A e B

UN INSIEME FORMATO

DAGLI ELEMENTI DI A o

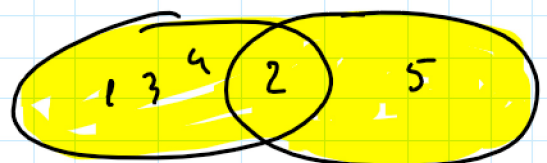
DI B

↓
ELEMENTI DI
 A OPPURE
DI B

OPPURE DI
ENTRAMB

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

↓
UNIONE



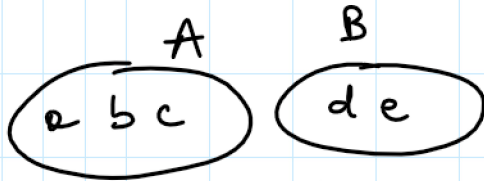
UNIONE



INTERSEZIONE

$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{d, e\}$$



$$A \cap B = \emptyset$$



$$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$$

USO DI $\cap$ E $\cup$

$$\begin{array}{l} A \\ B \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x < 4 \\ x \geq 1 \end{array} \right.$$

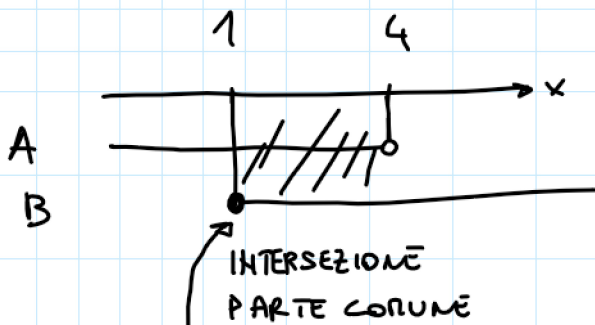
SOLUZIONE COMUNE

A TUTTE: INTERSEZIONE?

"

G | F

GRAFICO INTERSEZIONE FINALE



SOLUZIONE

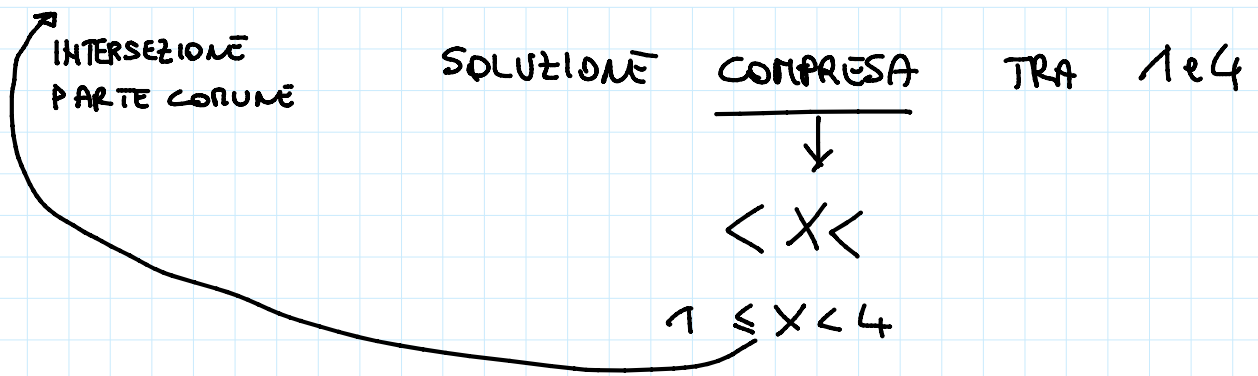
COMPRESA

TRA 1 e 4

$\downarrow$

$< x <$

$1 \leq x < 4$



INTERVALLI

$$(a; b) : \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$

$$[a; b] : \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$

(=]

$$(a; b] : \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$

) = [

$$[a; b) : \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$

$$[a; +\infty) : \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$$

$$(a; +\infty) : \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$$

$$(-\infty; b] : \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$$

$$(-\infty; b) : \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad (-\infty; +\infty)$$

PER VOI

$$A = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots \right\} \quad \text{SCRIVI A CON RAPPRESENTAZIONE INTENSIVA}$$

$$A = \{3, 4, 5, 6, 7\} \quad \text{SCRIVI A e B CON}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, \dots\} \quad \text{RAPPRESENTAZIONE INTENSIVA}$$

$$D = \left\{ x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{k-2}{k+3}; k \in \mathbb{N}; 2 < k \leq 7 \right\}$$

$$E = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 8 \right\} \quad \text{SCRIVI D, E, F PER}$$

$$F = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 8 \right\} \quad \text{ELENCAZIONI}$$

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 5\} \quad C = \{3, 2\}$$

$$\text{CALCOLA } 1) (A \cap B) \cap C \quad 2) A \cap (B \cap C)$$