

Sia π la retta // all'asse z e passante per $A(2\sqrt{7}, 2\sqrt{7}, \sqrt{3})$. Trova i piani che contengono π e formano un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con il piano xz .

L'IDEA È QUESTA

CERCO I PIANI CHE CONTENGONO $\pi \Rightarrow$

FACCIO IL FASCIO DI PIANI PER π

(OTTENGO TUTTI I PIANI CHE CONTENGONO π)

POI USO L'INFORMAZIONE DELL'ANGOLO

1) DEVO SCRIVERE π

π $\rightarrow$ // asse z $\begin{matrix} l=0 \\ m=0 \\ n=1 \end{matrix}$ PARAMETRI DIRETTORI ASSE z

PASSA PER $A(2\sqrt{7}, 2\sqrt{7}, \sqrt{3})$

$$\pi = \begin{cases} x = 2\sqrt{7} + 0t \\ y = 2\sqrt{7} + 0t \\ z = \sqrt{3} + 1t \end{cases}$$

$$\pi = \begin{cases} x = 2\sqrt{7} \\ y = 2\sqrt{7} \\ z = \sqrt{3} + t \end{cases}$$

QUESTI 2 PIANI CHE NOI HANNO

PARAMETRICA

PER SCRIVERE IL FASCIO DI PIANI $\pi \rightarrow$ CARTESIANA USO

$$\pi : \begin{cases} x - 2\sqrt{7} = 0 \\ y - 2\sqrt{7} = 0 \end{cases}$$

FASCIO DI PIANI PER π

$$\lambda(x - 2\sqrt{7}) + \mu(y - 2\sqrt{7}) = 0$$

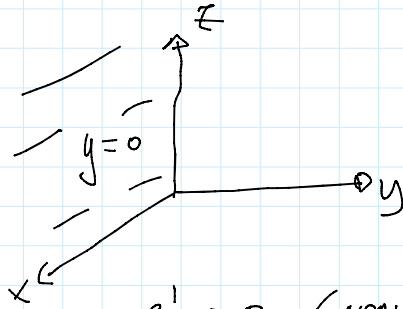
$$\lambda x + \mu y - 2\lambda\sqrt{7} - 2\mu\sqrt{7} = 0$$

$$\lambda X + \mu Y - \alpha \wedge Y - \nu \mu Y - \dots$$

$$a = \lambda \quad b = \mu \quad c = 0 \quad (\text{non ho } z)$$

TALE PIANO DEVE FORMARE UN ANGOLO DI $\frac{\pi}{4}$

CON IL PIANO XZ



PIANO XZ $\bar{e}$ $y=0$

$$\begin{aligned} a' &= 0 \quad (\text{non c'è } x) \\ b' &= 1 \\ c' &= 0 \quad (\text{" " } z) \end{aligned}$$

FORMULA ANGOLO TRA 2 PIANI

$$\cos \alpha \alpha' = \pm \frac{aa' + bb' + cc'}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$$

$$\begin{array}{l} a = \lambda \quad a' = 0 \\ b = \mu \quad b' = 1 \\ c = 0 \quad c' = 0 \end{array}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \pm \frac{\mu}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2} \cdot \sqrt{1}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \left(\pm \frac{\mu}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \right)^2$$

μ

$$\frac{\mu^2}{\lambda^2 + \mu^2} = \frac{1}{2}$$

$$2\mu^2 = \lambda^2 + \mu^2 \Rightarrow \mu^2 = \lambda^2$$

$$\mu = \pm \lambda$$

$$\mu = \lambda$$

$$\mu = -\lambda$$

$$x + y - 2\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 0$$

$$x - y - 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 0$$

$$\alpha: x + y - 4\sqrt{7} = 0$$

$$\alpha' = x - y = 0$$

PARENTESI

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

PARAMETRICA

→ CARTESIANA?

RICAVO t DA UNA DELLE 3 EQUAZIONI E SOSTITUISCO NELLE ALTRE

$$\begin{cases} t = y \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 1 + y \\ z = 3 - 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2y + z - 3 = 0 \end{cases}$$

INTERSEZIONE
2
PIANI

CHIUSA PARENTESI

ESERCIZIO

TROVARE IL PIANO PASSANTE PER $A(8, 10, \sqrt{11})$,
PARALLELO ALLA RETTA $\pi: \begin{cases} y + 2z - 12 = 0 \\ x - 3z + 1 = 0 \end{cases}$,
PERPENDICOLARE AL PIANO $3x - 2y + 3 = 0$

PASSA PER A → STELLA $a(x-8) + b(y-10) + c(z-\sqrt{11}) = 0$
CERCO a, b, c
(1) $\parallel$ ad π → CONDIZIONE $al + bm + cn = 0$
(2) $\perp$ π' : $3x - 2y + 3 = 0$ → CONDIZIONE $aa' + bb' + cc' = 0$

(1) HO BISOGNO DI l, m, n $\pi: \begin{cases} y + 2z - 12 = 0 \\ x - 3z + 1 = 0 \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} l & m & n \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$l = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = -3$$

$$m = - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -(-2) = 2$$

$$m = \uparrow \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -(-2) = 2$$

$$m = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$a' + b'm + c'm = 0$$

$$(1) \quad -3a + 2b - c = 0$$

$$(2) \quad \pi' = 3x - 2y + 3 = 0 \quad \begin{matrix} \nearrow a' = 3 \\ \rightarrow b' = -2 \\ \searrow c' = 0 \end{matrix}$$

QUELLI CHE CERCO DALLA STELLA

$$a \cdot a' + b \cdot b' + c \cdot c' = 0$$

$$3a - 2b = 0$$

$$\begin{cases} -3a + 2b - c = 0 \\ 3a - 2b = 0 \end{cases}$$

$$\parallel \parallel c = 0$$

$$\begin{cases} 3a = 2b \rightarrow a = \frac{2b}{3} \\ c = 0 \end{cases}$$

1° modo:
DO UN VALORE A b
es b = 3 e

TROVO a = 2
E LI RIMETTO NEL
NEL PIANO

2° modo
LASCIO a = $\frac{2b}{3}$
E LI RIMETTO NEL
PIANO E POI SEMPLIFICO

$$\frac{2b}{3}(x-8) + b(y-10) + c(z-\sqrt{11}) = 0 \quad (c=b)$$

$$\frac{2}{3}(x-8) + (y-10) = 0 \quad m.c.m.$$

$$2(x-8) + 3(y-10) = 0$$

$$d: 2x + 3y - 46 = 0$$

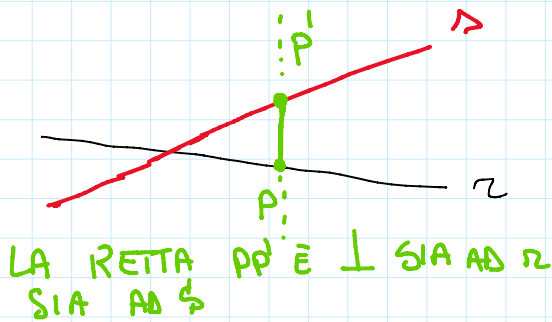
ESERCIZIO

Trovare la distanza tra le seguenti rette

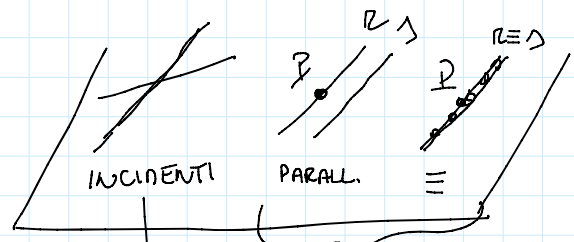
$$r: \begin{cases} x - 3z = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad 1^o: \begin{cases} x - 3z + 10 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases}$$

POSIZIONE 2 RETTE

SGHETTIBÈ
(NO COMPLANARI)



COMPLANARI



$$\begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} l' \\ m' \\ n' \end{pmatrix}$$

NON SONO
PROPORZIONALI

$$\begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} l' \\ m' \\ n' \end{pmatrix}$$

SONO PROPORZ.

SONO PARALLELE

PER r E $P \notin s$

$$\forall P$$

COINCIDENTI

PER r E
 $P \in s$

$$\forall P$$

1° MODO

$$r: \begin{cases} x - 3z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

VEDO CHE

$$1^o: \begin{cases} x - 3z + 10 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases}$$

$x - 3z = 0$ di r E $x - 3z + 10$ di s

$$\text{SONO } \parallel \\ a = a' \quad b = b' \quad c = c'$$

VEDO CHE $y=0$ di π e $y-3=0$ di Δ sono //

ALLORA π ed Δ sono parallele -

2° MODO

$$\left| \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & 10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \end{array} \right|$$

LO OTTENGONO DAI 4 PIANI, COMPRESI I TERMINI NOTI

LAPLACE

$$1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 1 & -3 & 10 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-3) \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

RETTE COMPLANARI

CONTROLO I LORO PARAMETRI DIRETTORI (VERRANNO PROPORZ.)

$$\pi: \begin{cases} x - 3z = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} \quad (3, 0, 1)$$

$$\Delta: \begin{cases} x - 3z + 10 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -10 + 3t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad (3, 0, 1)$$

$\pi // \Delta$ oppure $\pi \equiv \Delta$?

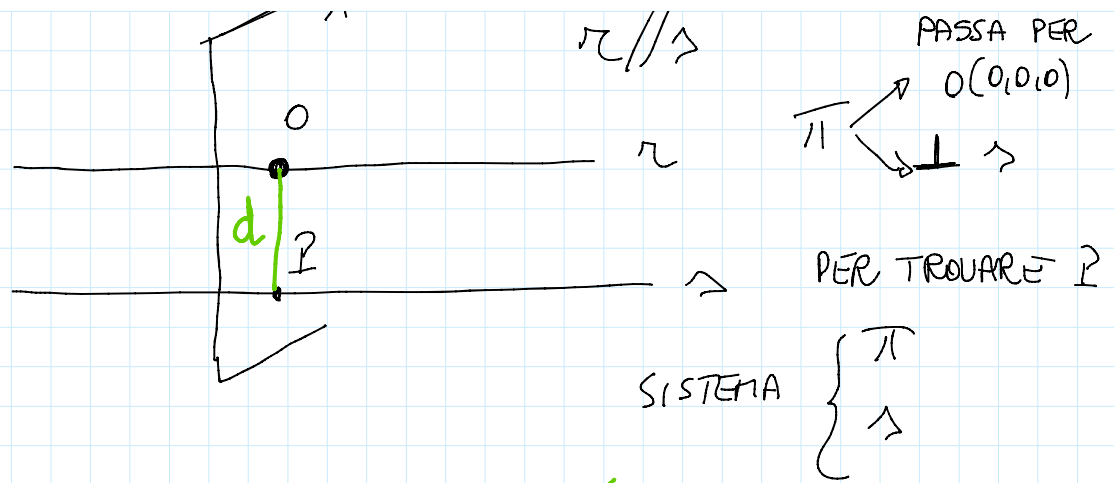
SCELGO UN PUNTO DI $\pi \Rightarrow O(0, 0, 0)$

SICCOME SI VEDE CHE $O(0, 0, 0) \notin \Delta$



$\pi // \Delta$

PASSA PER
- $O(0, 0, 0)$



$$d(0, P)$$

PASSA PER $O(0,0,0)$
 STELLA $a(x-0) + b(y-0) + c(z-0) \rightarrow ax + by + cz = 0$
 $\pi \rightarrow \perp \rightarrow$ I CUI PARAMETRI DIRETORI SONO
 $(3, 0, 1)$
 $\perp a = l \quad b = m \quad c = n$
 $\begin{matrix} a=3 \\ b=0 \\ c=1 \end{matrix}$

$$\pi : 3x + z = 0$$

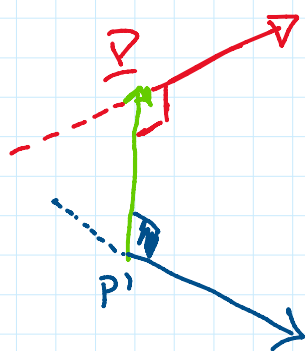
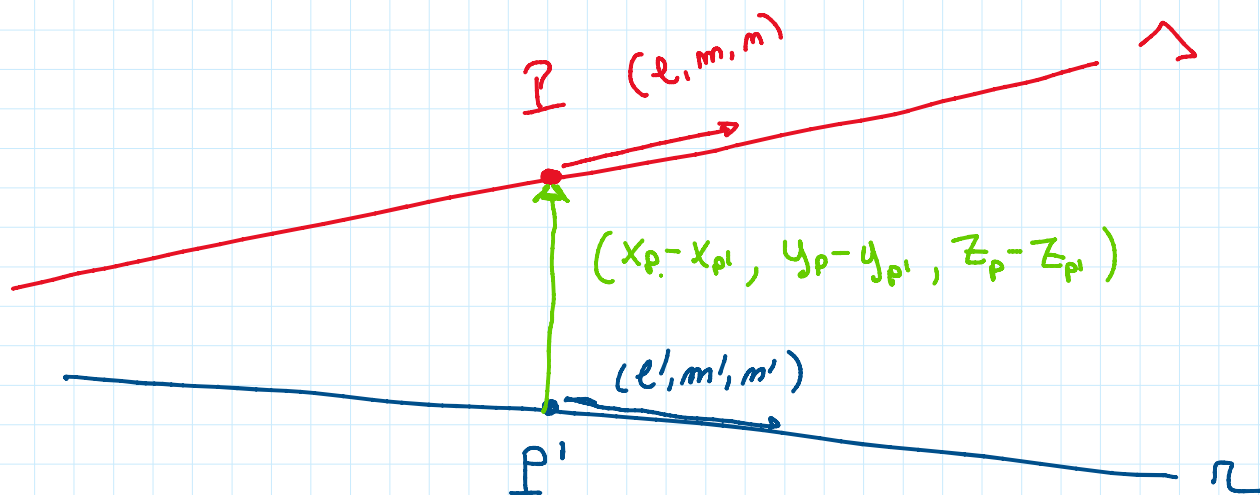
$$P \begin{cases} \pi \\ \rightarrow \end{cases} \begin{cases} 3x + z = 0 \\ x - 3z + 10 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases} \begin{cases} z = -3x \\ x + 9x + 10 = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 3 \\ x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \quad P(-1, 3, 3)$$

$$d(0, P) = \sqrt{(x_P - x_0)^2 + (y_P - y_0)^2 + (z_P - z_0)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 9 + 9} = \sqrt{19}$$

RETTE SGHERME

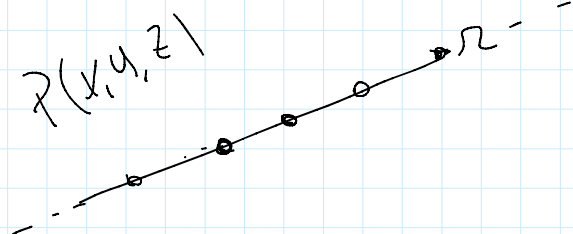


LA DISTANZA MINIMA
È PP' , CIOÈ 2 PUNTI
PARTI COLARI, SPECIALI,
IL VETTORE

PP'
 $\perp$ $\leftarrow$ $\rightarrow$ $\perp$
 (e, m, n) di r (e', m', n') di s

CONCETTO DI PRODOTTO
SCALARE

RICORDA $\Rightarrow r \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2t \end{cases}$ UN PUNTO I
GENERICO DI r
SI SCRIVE



$P(x, y, z)$

$P(3 - 2t, 4 - t, 2t)$

