

TROVARE UNA SOLUZIONE GENERALE DEL SISTEMA LINEARE

$$\begin{aligned} 3x - y + 9z - 25 &= x - y + 7z - 9 = \\ &= 2x + y - 4z - 15 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x - y + 9z = 25 \\ x - y + 7z = 9 \\ 2x + y - 4z = 15 \end{cases} \quad \text{SOLUZIONE}$$

CONSIGLIO: SCRIVIAMO LA MATRICE COMPLETA, LA RIDUCIAMO, SE POSSIBILE SCRIVIAMO LA SOL.

$$A/b \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 9 & 25 \\ 1 & -1 & 7 & 9 \\ 2 & 1 & -4 & 15 \end{array} \right) \quad \boxed{3} \text{ È SCOMODO, ALLORA } r_2 \leftrightarrow r_1 \quad \boxed{1}$$

$$A/b \left(\begin{array}{ccc|c} \text{PIVOT} & & & \\ 1 & -1 & 7 & 9 \\ 3 & -1 & 9 & 25 \\ 2 & 1 & -4 & 15 \end{array} \right) \quad \begin{aligned} r_2 &\rightarrow r_2 - 3r_1 \\ r_3 &\rightarrow r_3 - 2r_1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 9 & 25 \\ -3 & +3 & -21 & -27 \\ \hline 0 & 2 & -12 & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -4 & 15 \\ -2 & +2 & -14 & -18 \\ \hline 0 & 3 & -18 & -3 \end{array}$$

$$A/b \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 9 \\ 0 & 2 & -12 & -2 \\ 0 & 3 & -18 & -3 \end{array} \right) \quad \begin{aligned} r_2 &\rightarrow r_2 : 2 \\ r_3 &\rightarrow r_3 : 3 \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 9 \\ 0 & 1 & -6 & -1 \\ 0 & 1 & -6 & -1 \end{array} \right) \quad r_3 \rightarrow r_3 - r_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 9 \\ 0 & 1 & -6 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array}$$

COMPATIBILE

$$r_2(A) = 2$$

$n = 3, \dots, m \in \mathbb{R}^3, m=3$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -6 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} X - Y + 7Z = 9 \\ Y - 6Z = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X - (6Z - 1) + 7Z = 9 \rightarrow X - 6Z + 1 + 7Z = 9 \\ Y = 6Z - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = 8 - Z \\ Y = 6Z - 1 \\ Z = \alpha \text{ (t, h, k)} \end{cases} \quad \begin{cases} X = 8 - \alpha \\ Y = 6\alpha - 1 \\ Z = \alpha \end{cases}$$

$$(8 - \alpha; 6\alpha - 1, \alpha) \text{ "SEPARARE"}$$

$$(8, -1, 0) + (-\alpha, 6\alpha, \alpha)$$

$$(8, -1, 0) + \alpha(-1, 6, 1)$$

$\alpha \in \mathbb{R}$ se non mi piace $\ominus$

Posso scrivere

$$\alpha(1, -6, -1)$$

1 VETTORI $\begin{pmatrix} 1, -6, -1 \end{pmatrix} \rightarrow \alpha = -1$
 $\begin{pmatrix} -1, 6, 1 \end{pmatrix} \rightarrow \alpha = 1$

appartengono tutti $(-\alpha, 6\alpha, \alpha)$

potete usare $(-2, 12, 2) \rightarrow \alpha = 2$

$$(8 - \alpha; 6\alpha - 1; \alpha) \text{ FINE}$$

SE LA DOMANDA È: TROVA UNA SOL. PARTICOLARE
E UNA GENERALE SEMPRE

SE LA DOMANDA È : TROVA UNA SOL. PARTICOLARE
E UNA GENERALE SEMPRE
 DELLO STESSO SISTEMA.
 VOI LO RISOLVETE

$$\underbrace{(8, -1, 0)}_{\text{PARTICOLARE}} + \alpha \underbrace{(-1, 6, 1)}_{\text{SOLUZIONE OMOGENEA}}$$

SI OTTIENE DA $\alpha = 0$

$$(8, -1, 0) + \alpha (-1, 6, 1)$$

TROVA SOL GENERALE DI ESAME 11.06.19

$$\begin{aligned} X - 10y - 3z + 22 &= X - 8y - z + 8 = \\ &= X - 5y + 2z - 13 = 0 \end{aligned}$$

ESAME 11.06.2019

SIA A LA MATRICE AVENTE $(-4, 27, 0), (0, 5, 0)$
 $(9, -27, 5)$ COME I, II, III RIGA RISPETTIVAMENTE.

TROVARE UNA BASE PER OGNI AUTOSPAZIO DI A

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 27 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 9 & -27 & 5 \end{pmatrix}$$

RISOLVO $p(A - \lambda I) = 0$
 PER TROVARE λ

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

EQUAZIONE, SE
 OTTENGONO $(\cdot) \cdot (\cdot) = 0$
 SONO FELICE,

$$\begin{vmatrix} (-4-\lambda) & 27 & 0 \\ 0 & (5-\lambda) & 0 \\ 9 & -27 & (5-\lambda) \end{vmatrix}$$

$Q_{22} \text{ } Q_{22} \text{ PARI}$

OTTENGO $(L) \cdot (L) = 0$

SONO FELICE,

SEPARO $\begin{pmatrix} L \\ L \end{pmatrix} = 0$

TALI MOLTIPLICAZIONI LE FACCIO NEL NOSTRO CASO CON LAPLACE

$$\oplus (5-\lambda) \cdot \begin{vmatrix} (-4-\lambda) & 0 \\ 9 & (5-\lambda) \end{vmatrix} = (5-\lambda) \cdot [(-4-\lambda)(5-\lambda)]$$

$$(-4-\lambda)(5-\lambda)^2 = 0$$

$$-4-\lambda = 0$$

$$\lambda = -4$$

$$(5-\lambda)^2 = 0$$

$$\lambda = 5 \text{ 2 VOLTE}$$

PER TROVARE UNA BASE DI OGNI AUTOSPAZIO

DEVO USARE $\lambda = -4$, $\lambda = 5$ E RISOLVERE

IL SISTEMA OMogeneo

$\lambda = -4 \Rightarrow$ IN $A - \lambda I$ CAMBIO λ CON -4

$$A - \lambda I = \begin{pmatrix} (-4-\lambda) & 27 & 0 \\ 0 & (5-\lambda) & 0 \\ 9 & -27 & (5-\lambda) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -4-\lambda & 27 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 9 & -27 & 9 \end{pmatrix} \begin{matrix} \swarrow \\ \searrow \end{matrix} \text{PROPORZIONALI} \rightarrow \div 9$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \swarrow \\ \searrow \end{matrix}$$

LA RIDUCO

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{SISTEMA OMogeneo}$$

$$\begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ \quad \quad \quad \quad \quad = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -z \\ y = 0 \end{cases} \quad (-\alpha, 0, \alpha)$$

$$\begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ y = 0 \\ z = \alpha \end{cases} \quad \begin{matrix} (-\alpha, 0, \alpha) \\ \alpha(-1, 0, 1) \end{matrix}$$

$\lambda = -4$ $B = \{(-1, 0, 1)\}$ "OPPURE UN QUALSIASI ALTRO VETTORE PROPORZIONALE A $(-1, 0, 1)$ "
BASE

$\lambda = 5$ $\begin{pmatrix} -9 & 27 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9 & -27 & 0 \end{pmatrix}$ $\swarrow \searrow$ PROPORZIONALI

$\begin{pmatrix} -9 & 27 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} : (-9) \quad M = 3 \quad (\mathbb{R}^3)$
 $\text{rg} = 1$

$\dim E(5) = 3 - 1 = 2$

A DIAGONAL-

$\infty^{3-1} = \infty^2$ 2 PAR. 2 VETTORI

$x - 3y = 0$

$\rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ y = \alpha \\ z = \beta \end{cases}$

$(3\alpha, \alpha, \beta)$

$(3\alpha, \alpha, 0) + (0, 0, \beta)$

$\alpha(3, 1, 0) + \beta(0, 0, 1)$

$\lambda = 5 \quad B = \{(3, 1, 0); (0, 0, 1)\}$

RISULTATO

$\lambda = -4 \quad (-1, 0, 1) ; \lambda = 5 \quad (3, 1, 0); (0, 0, 1)$

ESAME M. 06. 2019

1 - 6 35 0 \ TROVA BASE

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 35 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & -35 & 1 \end{pmatrix}$$

TROVA BASE
~~V~~ AUTOSPAZIO

$$\lambda_1 = -6 \quad (1, 0, -1)$$

$$\lambda_2 = 1 \quad (5, 1, 0) \text{ e } (0, 0, 1)$$

VANNO BENE ANCHE
 VETTORI PROPORZIONALI

$$\text{es } (1, 0, -1) \rightarrow (-1, 0, 1)$$

$$\text{e } (5, 1, 0) \rightarrow (10, 2, 0)$$

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 32 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 8 & -32 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = -5 \quad (1, 0, -1)$$

$$\lambda_2 = 3 \quad (4, 1, 0); (0, 0, 1)$$

RIVEDERE ESERCIZI COL PARAMETRI
 LEZIONE PRECEDENTE SUGLI
 AUTOVALORI E AUTOVETTORI