

CANONICA

$$y' = y \cdot \text{sen} x + \text{sen} x$$

1) CHI È $a(x) = \text{sen} x$ 2) CHI È $b(x) = \text{sen} x$

$$y' = a(x) \cdot y + b(x)$$

CALCOLO $A(x) = \int \text{sen} x \, dx = -\cos x$ (NON OCCORRE + C)

FORMULA $y = e^{A(x)} \cdot \left[\int e^{-A(x)} \cdot b(x) \cdot dx \right]$

$$y = e^{-\cos x} \cdot \left[\int e^{\cos x} \cdot \text{sen} x \, dx \right]$$

$$\cos x = t$$

DERIVO

$$-\text{sen} x \, dx = 1 \, dt$$

CAMBIO SEGNO

$$\text{sen} x \, dx = -1 \, dt$$

$$\int e^t \cdot (-1) \, dt = -\int e^t \, dt = -e^t + C$$

$$= -e^{\cos x} + C$$

$$y = e^{-\cos x} \cdot \left[-e^{\cos x} + C \right]$$

$$y = -e^{-\cos x + \cos x} + C e^{-\cos x}$$

$$y = -1 + C \cdot e^{-\cos x}$$

NUOVO ESERCIZIO: RISOLVI IL PROBLEMA DI CAUCHY

$$\begin{cases} y'(x) = y(x) \cdot \text{sen} x + \text{sen} x \\ y(0) = 2 \end{cases} \rightarrow \text{AL POSTO DI } y \text{ NELLA SOL. FINALE}$$

↳ AL POSTO DI x NELLA SOL. FINALE

$$y(x) = -1 + C \cdot e^{-\cos x}$$

$$2 = -1 + C e^{-\cos 0} \Rightarrow C \cdot e^{-1} = 3$$

$$\begin{aligned} 2 &= -1 + c e^{-\cos 0} & \Rightarrow c \cdot e^{-1} &= 3 \\ & & \frac{c}{e} &= 3 & c &= 3e \end{aligned}$$

$$y(x) = -1 + 3e \cdot e^{-\cos x} \quad y(x) = -1 + 3e^{1-\cos x}$$

IL PIÙ PIÙ GRANDE INTERVALLO / INTERVALLO MASSIMALE
PER CUI È DEFINITA LA SOLUZIONE :

$\supset y(x) : \forall x \in \mathbb{R}$ oppure $\mathbb{R}$

VARIABILI SEPARABILI

$$\begin{cases} y'(t) = \frac{t^2}{y} \\ y(0) = 3 \end{cases} \rightarrow \text{FORMA CANONICA } y'(t) = a(t) \cdot b(y)$$

$y' = \frac{t^2}{y}$ È IMPORTANTE "DISTINGUERE",
SEPARARE" I TERMINI CON t
DA QUELLI CON y

$$y' = \frac{t^2}{y} = \underset{\substack{\uparrow \\ a(t)}}{t^2} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ b(y)}}{\frac{1}{y}}$$

$\downarrow$

$$\frac{dy}{dt} = t^2 \cdot \frac{1}{y} \quad \text{CON LE FORMULE INVERSE}$$

"SEPARO" $y \, dy$ DA $t \, dt$

~~$$\frac{dy}{dt} = t^2 \cdot \frac{1}{y}$$~~

$$y \, dy = t^2 \cdot dt$$

$$\int y \, dy = \int t^2 \, dt$$

$$\frac{y^2}{2} = \frac{t^3}{3} + C \quad \text{DEVO RICAVARE } y$$

$$y^2 = \frac{2t^3}{3} + 2C$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{2}{3}t^3 + 2C}$$

$$y = \sqrt{\frac{2}{3}t^3 + 2C}$$

$$y = -\sqrt{\frac{2}{3}t^3 + 2C}$$

$$y(0) = 3$$

$$\begin{cases} y = \sqrt{\frac{2}{3}t^3 + 2C} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow 3 = \sqrt{\frac{2 \cdot 0}{3} + 2C} = 3 = \sqrt{2C}$$

$$2C = 9$$

$$y = \sqrt[2]{\frac{2}{3}t^3 + 9}$$

INTERVALLO MASSIMALE

$$\frac{2}{3}t^3 + 9 \geq 0$$

$$2t^3 + 27 \geq 0$$

$$2t^3 \geq -27$$

$$t^3 \geq -\frac{27}{2} \quad \text{DISPARI}$$

$$t \geq -\sqrt[3]{\frac{27}{2}}$$

$$t \geq -\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$$

RICORDA

$$e^{\ln \heartsuit} = \heartsuit$$

ESERCIZIO

$$y' = \frac{2y}{x} + x^2$$

$$y' = \frac{2y}{x} + x^2$$

LINEARE $\rightarrow$ FORMA CANONICA

$$y' = \underbrace{y}_{a(x)} \cdot \underbrace{\frac{2}{x}}_{a(x)} + \underbrace{x^2}_{b(x)}$$

$$a(x) = \frac{2}{x} \quad A(x) = \int \frac{2}{x} dx = 2 \int \frac{1}{x} dx = 2 \ln|x|$$

$$y = e^{2 \ln|x|} \cdot \left[\int e^{-2 \ln|x|} \cdot x^2 dx \right]$$

$$y = e^{\ln|x|^2} \cdot \left[\int e^{\ln|x|^{-2}} \cdot x^2 dx \right] \quad |x|^2 \rightarrow x^2$$

$$y = x^2 \cdot \left[\int x^{-2} \cdot x^2 dx \right]$$

$$y = x^2 \cdot \left[\int 1 dx \right]$$

$$y = x^2 [x + c]$$

CONDIZIONE $y(1) = 0$

$$y = x^3 + cx^2$$

$$0 = 1 + c \quad c = -1$$

$$y = x^3 - x^2$$

$$y'' - 2y' + y = x^2$$

$$y = y_0 + y_p$$

ΟΠΟΓΕΝΕΑ : $z^2 - 2z + 1 = 0$

$$z_1 = 1$$

$$z_2 = 1$$

Sol $z_1 = z_2$

$$y_0 = e^{z_1 x} (C_1 + C_2 x) = e^x (C_1 + C_2 x)$$

PARTICOLARE $f(x) = x^2 = P_2(x)$ SICCOME $\circ$ NON È
SOLUZIONE DELL'ΟΠΟΓΕΝΕΑ
ALLORA $y_p =$ POLINOMIO DI
GRADO 2

$$y_p(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{DEVO SCOPRIRE } a, b, c$$

LA $y_p(x)$ DEVE SODDIFARE

$$y'' - 2y' + y = x^2$$

$$y_p = ax^2 + bx + c \quad \text{DERIVO} \quad y_p' = 2ax + b \quad y_p'' = 2a$$

$$2a - 2(2ax + b) + ax^2 + bx + c = x^2$$

$$2a - 4ax - 2b + ax^2 + bx + c = x^2$$

$$\underline{ax^2} + \underline{(-4a+b)x} + \underline{2a-2b+c} = \underline{1x^2} + \underline{0x} + \underline{0}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ -4a+b=0 \\ 2a-2b+c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=4a \rightarrow b=4 \\ 2 \cdot 1 - 2 \cdot 4 + c = 0 \end{cases} \quad c=6$$

$$y_p = ax^2 + bx + c \Rightarrow y_p = x^2 + 4x + 6$$

$$y = y_0 + y_1 \quad y = e^x (c_1 + c_2 x) + x^2 + 4x + 6$$