

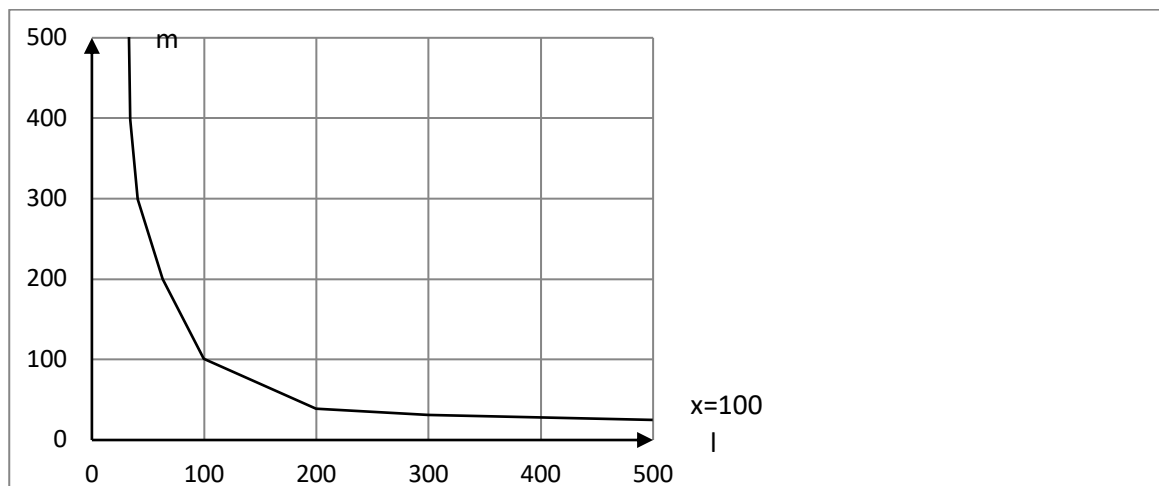
Esercizio: Funzione produzione

Sia data la seguente funzione di produzione dipendente dalle due variabili l =lavoro, m =materiali

$$q = f(l; m) = l^{1/2}m^{1/2}$$

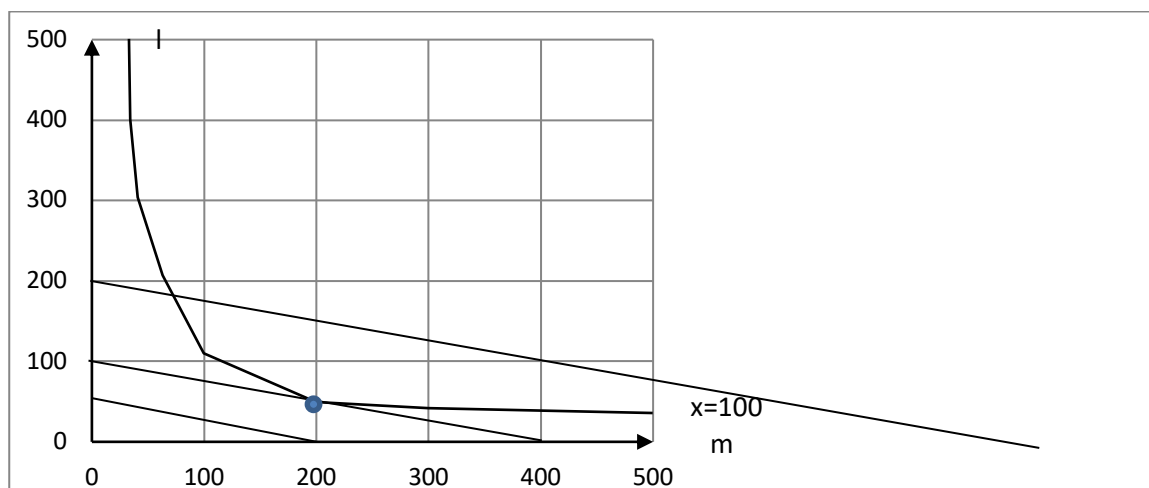
Il prezzo delle materie prime ammonta a €1 l'unità, quello del lavoro ammonta a 4€ per unità.

- Calcolare il costo minimo da sostenere per realizzare 100 unità di prodotto.
- Supponete che l'impresa si soggetta a una curva di domanda inversa con forma $P(q) = 12 - (q/2000)$, dove q è il numero di unità prodotte e vendute e $P(q)$ è il loro prezzo. Quale combinazione di prezzo e quantità prodotte (e vendute) consentiranno di massimizzare il profitto?
- Sarebbe stato possibile rispondere rapidamente alla domanda riflettendo sulle caratteristiche della presente tecnologia di produzione?



SOLUZIONE

a)



Per risolvere algebricamente cerco le produttività marginali di l e di m

$$\begin{cases} \frac{m^{1/2}}{2l^{1/2}} = \frac{4}{1} \\ \frac{l^{1/2}}{2m^{1/2}} = \frac{1}{1} \\ l^{1/2}m^{1/2} = 100 \end{cases} \begin{cases} \frac{m}{l} = \frac{4}{1} \\ 2l = 100 \end{cases} \begin{cases} m = 200 \\ l = 50 \end{cases}$$

$$CT(q) = p_l l(p_l, p_m, q) + p_m m(p_l, p_m, q) = 4 \times 50 + 1 \times 200 = 400$$

b)

Per trovare i costi marginali è necessario derivare la funzione di costo risolvendo il seguente sistema per trovare la domanda degli input in funzione della produzione

$$\begin{cases} \frac{m^{1/2}}{2l^{1/2}} = \frac{4}{1} \\ \frac{l^{1/2}}{2m^{1/2}} = \frac{1}{1} \\ l^{1/2}m^{1/2} = q \end{cases} \begin{cases} \frac{m}{l} = \frac{4}{1} \\ l^{1/2}m^{1/2} = q \end{cases} \begin{cases} m = 4l \\ 2l = q \end{cases} \begin{cases} l(q) = \frac{q}{2} \\ m(q) = 2q \end{cases}$$

Quindi la funzione di costo totale è

$$CT(xq) = p_l l(q) + p_m m(q) = 4 \times \frac{q}{2} + 1 \times 2q = 4q$$

E quindi come previsto $CMa(q)=4$

Dalla funzione di domanda inversa $P(q) = 12 - (q/2000)$ è facile derivare il ricavo totale

$$RT(q) = P(q) \times q = \left(12 - \frac{q}{2000}\right) q = 12q - \frac{q^2}{2000},$$

$$RMa(xq) = \frac{\partial RT(q)}{\partial q} = 12 - \frac{q}{1000}$$

La condizione di massimizzazione del profitto $RMa(x)=CMa(x)$ diventa

$$12 - q/1000 = 4$$

$q = 8000$ con prezzo unitario pari a 8

c)

Sfruttando l'informazione della costanza dei rendimenti di scala possiamo dire che i costi marginali sono costanti, quindi se il costo per produrre 100 unità di q è 400, il costo marginale è 4.