

Funzione di produzione, combinazione efficiente dei fattori produttivi, massimizzazione del volume di produzione

Si consideri un'impresa con la seguente funzione di produzione:

$$Y = K * L$$

Sapendo che l'impresa ha una disponibilità finanziaria di 120 e che i prezzi di mercato dei fattori sono $\omega_K = 2$ e $\omega_L = 6$, si determini la tecnica di produzione ottimale per l'impresa.

Inoltre si supponga che il Governo desideri dare un incentivo alla produzione a questa impresa e che tale incentivo possa assumere due forme:

- i) riduzione del prezzo del capitale ($\omega_K' = 1$), oppure
- ii) sussidio pari a 60.

Quale delle due manovre è più efficace per massimizzare la produzione?

Funzione di produzione, combinazione efficiente dei fattori produttivi, massimizzazione del volume di produzione

La combinazione dei fattori ottimale

Per determinare la combinazione dei fattori che consente di massimizzare l'output sotto un vincolo di spesa per l'acquisto degli input, occorre imporre la tangenza tra isoquanto e isocosto (come nel problema precedente), sotto il vincolo che l'impresa non possa spendere nell'acquisto dei fattori più della somma che ha a disposizione (ovvero che la combinazione efficiente si trovi sull'isocosto corrispondente ad una spesa nei fattori pari a 120). Quindi, mentre nei casi precedentemente esaminati la seconda condizione era relativa alla funzione di produzione, in questo caso serve ad imporre il rispetto del vincolo di costo. Il sistema da impostare è il seguente:

$$\begin{cases} TRS_{L,K} = \frac{\omega_L}{\omega_K} \\ 120 = 6L + 2K \end{cases}$$

In questo caso,

$$TRS_{L,K} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{K}{L}$$

Quindi il sistema diventa:

$$\begin{cases} \frac{K}{L} = \frac{6}{2} \\ 120 = 6L + 2K \end{cases}$$

che dà soluzione

Impiegando tale combinazione dei fattori l'impresa riesce a produrre un livello di output pari a:

$$Y^* = K^* * L^* = 10 * 30 = 300$$

Esame del caso di riduzione del prezzo del capitale ($\omega_K' = 1$)

Se il Governo fornisce un incentivo alla produzione sotto forma di una diminuzione del costo del capitale, la nuova combinazione efficiente dei fattori si determina risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} \frac{K}{L} = \frac{6}{1} \\ 120 = 6L + 1K \end{cases}$$

che dà soluzione

$$E' = \begin{cases} L^* = 10 \\ K^* = 60 \end{cases}$$

a cui corrisponde un livello di produzione pari a

$$Y^* = K^* * L^* = 10 * 60 = 600$$

Esame del caso di sussidio pari a 60.

Se invece il Governo concede un sussidio all'impresa di 60, la nuova disponibilità finanziaria sarà pari a 180, e quindi il sistema da risolvere per determinare la tecnica ottimale è:

$$\begin{cases} \frac{K}{L} = \frac{6}{2} \\ 180 = 6L + 2K \end{cases}$$

che ha soluzione

$$E'' = \begin{cases} L^* = 15 \\ K^* = 45 \end{cases}$$

a cui corrisponde un livello di produzione pari a

$$Y^* = K^* * L^* = 15 * 45 = 675$$

La seconda alternativa è quindi più efficace per aumentare il livello di produzione. Si noti inoltre che mentre la prima manovra altera la proporzione di utilizzo degli input da parte dell'impresa, in quanto modifica il prezzo relativo dei fattori, la seconda la lascia inalterata (i fattori lavoro e capitale continuano ad essere utilizzati nella proporzione di uno a tre).