

Esercizio: Funzione produzione

Un'impresa che realizza un particolare prodotto chimico di base può utilizzare uno dei seguenti processi: il primo consiste in idratazione seguita da distillazione, il secondo è costituito da un processo catalitico completamente separato. Gli input del processo sono costituiti dalla materia prima (un diverso prodotto chimico di base acquistato a €1 il chilogrammo), il tempo della manodopera necessario per gestire i processi e il tempo di utilizzo delle attrezzature. In particolare per un chilogrammo di materie prime occorrono 0,03 ore di lavoro a 20€ l'ora nel processo di idratazione e distillazione e 0,09 ore di lavoro allo stesso tasso salariale nel processo catalitico. Supponete che l'impresa possa variare la quantità delle materie prime acquistate e la quantità di ore di lavoro impiegate, ma che non possa variare la capacità dei due processi: può sfruttare il processo di idratazione e distillazione sino al livello di 1.000 chilogrammi di input all'ora e il processo catalitico sino a 500 chilogrammi di input all'ora. Per ogni chilogrammo di input l'impresa ottiene 0,4 chilogrammi di prodotto finito con il processo di idratazione e distillazione, 0,5 chilogrammi con il processo catalitico.

Qual è la funzione di costo totale VARIABILE e marginale dell'impresa? Tracciare il grafico delle due funzioni di costo. **Ignorate i costi fissi delle attrezzature**

SOLUZIONE

Consideriamo prima il processo di idratazione e distillazione: questo processo può processare fino a 1.000kg di input all'ora producendo 0,4kg di output per ogni chilo di input, quindi producendo fino a un massimo di $0,4 \times 1.000 = 400$ kg di output l'ora.

Ogni kg di input richiede 0,03 ore di lavoro a 20€ all'ora, cioè costa $20 \times 0,03 = 0,6$ € all'ora di lavoro. Inoltre insieme con il lavoro è necessaria la materia prima al costo di 1€ al chilo. Quindi il costo totale di lavorazione di un chilo di input usando il processo di idratazione e distillazione è 1,6€ per produrre 0,4kg di output, quindi il costo totale di produzione di un chilo di output usando il processo di idratazione e distillazione è $\text{€}(1,6)/(0,4) = \text{€}4$

alternativamente è possibile usare il processo catalitico: questo processo può processare fino a 500 Kg di input all'ora producendo 0,5 kg di output per ogni kg di input, quindi producendo fino a un massimo di $0,5 \times 500 = 250$ kg di output all'ora. Ogni kg di input richiede 0,09 ore di lavoro a 20€ all'ora, cioè costa $20 \times 0,09 = 1,8$ € all'ora di lavoro. Inoltre insieme con il lavoro è necessaria la materia prima il costo di €1 al kg. Quindi il costo totale di lavorazione di un chilo di input usando il processo catalitico è €2,8 per produrre 0,5kg di output, quindi il costo totale di produzione di un chilo di output usando il processo catalitico è $\text{€}(2,8)/(0,5) = \text{€}5,6$

a questo punto possiamo calcolare i costi totali; prima usiamo il processo di produzione più economico, quello di idratazione e distillazione costa €4 al chilo, per processare 1.000 kg di input e quindi per produrre fino a 400kg di output, poi per produrre ulteriore output usiamo il secondo processo produttivo, il processo catalitico più costoso, al costo di €5,60 al chilo, che può processare 500kg di input producendo ulteriori 250kg di output. Di più non è possibile produrre all'ora. Analiticamente le funzioni di costo totale e di costo marginale sono

Idratazione & Distillazione	Catalitico
1.000kg input x 0,4kg output ora=400 kg output	500kg input x 0,5kg output ora=250 kg output
$0,03 \times 20 = 0,6$ lavoro +	$0,09 \times 20 = 1,8$ lavoro +
<u>1 materie prime</u>	<u>1 materie prime</u>
= 1,6 € per 0,4 kg output	= 2,8 € per 0,5 kg output
$\text{€}1,6 / 0,4 \text{ €} = \text{€}4 \text{ kg}$	$\text{€}2,8 / 0,5 \text{ €} = \text{€}5,6 \text{ kg}$

$$CT(x) = \begin{cases} 4x & 0 \leq x \leq 400 \\ 5,6x & 400 \leq x \leq 650 \\ \infty & x > 650 \end{cases}$$

$$CMA(x) = \begin{cases} 4 & 0 \leq x \leq 400 \\ 5,6 & 400 \leq x \leq 650 \\ \infty & x > 650 \end{cases}$$

