

I costi di produzione nel breve e nel lungo periodo

Si consideri un'impresa con la seguente funzione di produzione:

$$q = 2K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$$

dove L indica la quantità di lavoro e K il capitale. I prezzi di mercato dei fattori sono $\omega_L = 2$ e $\omega_K = 1$.

1. Determinare le funzioni di costo totale, marginale e medio di breve periodo, supponendo che nel breve periodo l'impresa sia vincolata ad utilizzare una quantità di lavoro $L' = 3$.
2. Determinare le funzioni di costo totale, marginale e medio di lungo periodo.

I costi di produzione nel breve e nel lungo periodo

1. Determinare le funzioni di costo totale, marginale e medio di breve periodo, supponendo che nel breve periodo l'impresa sia vincolata ad utilizzare una quantità di lavoro $\bar{L} = 3$

Se il fattore di produzione lavoro è fisso nel breve periodo, la funzione di produzione diventa:

$$q = 2K^{1/2}\bar{L}^{1/2} = 2K^{1/2}3^{1/2} = 2\sqrt{3}K^{1/2}$$

Quindi la domanda dell'input variabile K in funzione dell'output è:

$$K = \left(\frac{q}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{q^2}{12}$$

Il costo totale di breve periodo è quindi:

$$CT_B = 1 * \frac{q^2}{12} + 3 * 2 = \frac{q^2}{12} + 6$$

Questa è la spesa totale nei fattori che comprende anche il costo per il fattore che nel breve periodo è fisso per l'impresa (il lavoro), tale fattore, invece, non rientra nei costi economici in quanto il fattore fisso non ha un impiego alternativo (e quindi un costo opportunità) nel breve periodo.

Il costo economico per l'impresa corrisponde, invece, al costo per l'acquisto dei fattori variabili nel breve periodo (in questo caso il capitale), quindi:

$$CT_{B_economico} = \frac{q^2}{12}$$

Il costo marginale (MC) indica la variazione dei costi registrata a seguito di una variazione dell'output, cioè:

$$MC_B = \frac{\Delta CT_B}{\Delta q} = 2 \frac{q}{12} = \frac{q}{6}$$

La funzione di costo medio di breve periodo esprime, invece, il costo per unità di output, cioè:

$$AC_B = \frac{CT_B}{q} = \frac{12}{q} = \frac{6}{q} = \frac{q}{12} + \frac{6}{q}$$

2. Determinare le funzioni di costo totale, marginale e medio di lungo periodo

Nel lungo periodo tutti gli input sono variabili, quindi per ricavare la funzione di costo di lungo periodo occorre determinare prima le funzioni di domanda di entrambi i fattori in funzione dell'*output*. Per ogni generico livello di *output* l'impresa individuerà sull'isoquanto la combinazione di fattori ai quali è associata la retta di isocosto più bassa possibile. Questo si è visto che equivale a dire che:

inclinazione dell'isoquanto =

inclinazione dell'isocosto

in termini analitici ciò si traduce nella seguente uguaglianza:

saggio tecnico di sostituzione =

rapporto tra i prezzi dei due fattori

dove il saggio tecnico di sostituzione è misurato dal rapporto tra la produttività marginale del capitale e la produttività marginale del lavoro

$$\begin{cases} MRTS_{K,L} = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{w_1}{w_2} \\ q = 2K^{1/2}L^{1/2} \end{cases}$$

Quindi, dato che $MRTS_{K,L} = \frac{K}{L}$, il sistema diventa:

$$\begin{cases} \frac{K}{L} = \frac{2}{1} \\ q = 2K^{1/2}L^{1/2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} K = 2L \\ q = 2(2L)^{1/2}L^{1/2} = 2\sqrt{2}L \end{cases}$$

da cui si ricava che le funzioni di domanda dei due fattori in funzione del livello di produzione sono:

$$L = \frac{\sqrt{2}}{4}q$$

$$K = \frac{\sqrt{2}}{2}q$$

Quindi la funzione di costo di lungo periodo è:

$$CT_L = \omega_K K + \omega_L L$$

$$\square 1\frac{\sqrt{2}}{2}q \square 2\frac{\sqrt{2}}{4}q \square$$
$$\square \sqrt{2}q$$

I costi marginali e medi associati a questa funzione di costo di lungo periodo sono:

$$MC_L \square \sqrt{2}$$

$$AC_L \square \sqrt{2}$$

Il fatto che i costi medi di lungo periodo sono costanti indica che la funzione di produzione in oggetto ha rendimenti di scala costanti.