

ANALISI MATEMATICA 2 (9 CFU)

2 Parte 20.6.2022

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Esercizio 1 Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x} e^{-y^2 x}$$

- a** determinare il dominio e l'insieme di derivabilità;
- b** determinare l'aperto $A \subseteq \mathbb{R}^2$ più grande in cui f è di classe C^1 ;
- c** scrivere l'equazione del piano tangente al grafico nel punto $(1, \sqrt{2})$;
- d** calcolare la derivata direzionale nel punto $(1, \sqrt{2})$.

Esercizio 2 Dato il paraboloide di equazione $z = x^2 + y^2$

- a** calcolare il volume racchiuso tra il paraboloide ed il piano $z = 4$;
- b** calcolare il volume racchiuso tra il paraboloide ed il piano $z = 4x - 12y$.

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x, y) = e^{(x-1)^4 - 4(x-1)^2 y + 3y^2}$$

- a** determinare tutti i punti critici e studiarne la natura.
- b** determinare gli eventuali punti di estremo globale.

Esercizio 4 Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \left(\frac{-2y}{4y^2 + 3x^2}, \frac{2x}{3x^2 + 4y^2} \right)$$

- a** stabilire il suo insieme di definizione e verificare se il campo è irrotazionale;
- b** calcolare il lavoro lungo l'ellisse di equazione $3x^2 + 4y^2 = 1$ e lungo una qualunque curva semplice, regolare e chiusa al cui interno sia contenuta l'origine;
- c** dire se il campo è conservativo e calcolare il lavoro dal punto $(1, 1)$ al punto $(2, 4)$.

Esercizio 5 Dati il campo vettoriale $\vec{F}$ e la superficie S definiti da

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{x-1}{(x-1)^2 + y^2 + z^2}, \frac{y}{(x-1)^2 + y^2 + z^2}, \frac{z}{(x-1)^2 + y^2 + z^2} \right)$$
$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 2, (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$$

- a** scrivere la superficie in forma parametrica e dire se è una superficie regolare;
- b** verificare il teorema di Stokes.

Esercizio 6 Sia ∂V il bordo del volume

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y \leq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

ed $\mathbf{F}$ il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = (xy, -yz, 0)$$

- a** Scrivere i pezzi che costituiscono la superficie ∂V in forma parametrica e verificarne la regolarità.
- b** Calcolare il flusso del campo $\mathbf{F}$ attraverso ∂V e verificare il teorema della divergenza.