

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

1 Parte 20.6.2022

n.matricola

Cognome

Nome

Esercizio 1 Data la curva avente equazione polare $\rho = 2\theta^2$ con $\theta \in [-\pi, \pi]$

a stabilire se la curva è: continua, chiusa, semplice;

b calcolare il vettore derivato e il suo modulo;

c stabilire se la curva è regolare precisando in caso contrario i punti non regolari;

d calcolare la lunghezza della curva.

Esercizio 2 Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2(x-1)}}{n(x-1)+1}$$

a Determinare gli intervalli di convergenza puntuale ed assoluta.

b Determinare gli intervalli di convergenza totale.

c Discutere la continuità e la derivabilità della somma della serie $S(x)$.

Esercizio 3 Sia f la funzione pari, periodica di periodo $T = 2\pi$ e tale che

$$f(x) = -\pi + x \quad x \in [0, \pi)$$

a disegnare il grafico della funzione in $[-3\pi, 3\pi]$ e scrivere la serie di Fourier associata;

b studiare la convergenza in media quadratica, puntuale e totale della serie di Fourier trovata e calcolarne la somma;

c calcolare la somma delle serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \quad \text{e} \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4};$$

d verificare la validità del teorema di integrazione termine a termine per f e per la sua serie di Fourier nell'intervallo $[0, \pi]$.

Esercizio 4 Data la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n+1}$$

a si determini l'intervallo I dei punti di convergenza puntuale;

b dimostrare che esiste un intervallo $I' \subset I$ in cui la serie converge totalmente;

c dimostrare che la somma della serie è continua in I .

Esercizio 5 Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 y^3}{y^4 + (x-1)^4} & (x, y) \neq (1, 0) \\ 0 & (x, y) = (1, 0) \end{cases}$$

determinare il dominio D e dire se in esso è differenziabile.

Esercizio 6 Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2(y-x)}{x^2+y^2} [\log(2-x^2-y^2) + \sqrt{1-y-x^2}]$$

a Determinare il dominio di definizione e dire che tipo di insieme è (aperto, chiuso, limitato, connesso).

b Calcolare il limite di $f(x, y)$ per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$.