

Analisi I - canale B

Esercizio 1. Calcolare al variare dei parametri $r, s \in \mathbb{R}$ e $a > 0$ i seguenti limiti di funzioni

$$\begin{array}{lll}
 \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5^{\operatorname{tg}(x)} - 5^{\sqrt{x}}}{\operatorname{tg}(x) - \sqrt{x}}, & \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \operatorname{tg}(x)}{1 - \frac{1}{\operatorname{tg}(x)}}, & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sqrt{x}}, \\
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\ln(1-x))}{1-2^x}, & \lim_{x \rightarrow +\infty} x^r \ln(\cos(1/x)), & \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin(x))^{1/\ln(x)}, \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(2x+4) - \ln(6x+5)), & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x)} - 1}{\operatorname{tg}(x)}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{\frac{x}{x+1}}}{x^2}, \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2} x^x, & \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{10+e^{-x}}{\ln(x)}}, & \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{x-1}}, \\
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{1 - \cos(x)}, & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - 1}{\sqrt{1 - \cos(x)}}, & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(\frac{1}{3x})}{3^{1/x} - 1}, \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x)^2 \sin(e^{-x^2}), & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^r}{e^{1/x} - s}, & \lim_{x \rightarrow +\infty} (\operatorname{Arctg}(x))^{-x}, \\
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\pi^x - e^x)}{\cos(x) - 1}, & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 \sin^2(x-1) - 4x + 2}{(x-1)^2}, & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(x^2 - 1) - 1}{(x-1)^2}, \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\ln \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right) \right), & \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \cos(1/x)} \ln(x \cos(x) + e^{2x}), & \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(x)} \right).
 \end{array}$$

Esercizio 2. Studiare al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ la continuità delle seguenti funzioni

$$\begin{array}{ll}
 f(x) := \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0, \\ a & \text{se } x = 0, \end{cases} & g(x) := \begin{cases} a - x + x^2 & \text{se } x \geq 0, \\ 1 + \sin x & \text{se } x < 0, \end{cases} \\
 h(x) := \begin{cases} |x^2 - 2| & \text{se } x > 1, \\ \frac{-2x^3 + 5a}{3} & \text{se } x \leq 1, \end{cases} & j(x) := \begin{cases} (a - x)^2 & \text{se } x < 2, \\ 2e^x & \text{se } x \geq 2, \end{cases} \\
 k(x) := \begin{cases} x^2 + a & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \\ \cos x & \text{altrimenti,} \end{cases} & l(x) := \begin{cases} \frac{3^{\sin x} - (2+a)^x}{x^2 + x} & \text{se } x > 0, \\ \frac{\sin(1 - \cos(2ax)) - 2x^2}{x \ln(1 - xe^x)} & \text{se } x < 0, \\ 1 - a & \text{se } x = 0. \end{cases}
 \end{array}$$

Esercizio 3. Determinare il dominio e la derivata delle seguenti funzioni

$$\begin{array}{llll}
 \sqrt[4]{\frac{1-x}{1+x}}, & \operatorname{tg}\left(\frac{1}{1+e^{x^2}}\right), & \operatorname{Arccos}(\sqrt{x^2-2}), & \ln\left(\frac{2-x}{2+x}\right), \\
 (\operatorname{Arctg}(x^2))^{x^2}, & \operatorname{Arcsin}(2^{-x^2}), & \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x, & \sqrt[5]{\sin^2(x) - \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)}.
 \end{array}$$