

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Simulazione esame (sulla prima parte di programma) -Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare la monotonia e determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = \frac{n+3}{2n+1} \quad \text{per } n \in \mathbb{N},$$

specificando se sono massimo e minimo.

2) Determinare estremo superiore e inferiore dell'insieme

$$A = \{(-1)^n + 2^{-n+2} : n \in \mathbb{N}\},$$

specificando se sono massimo e minimo.

3) Calcolare i seguenti limiti: **i)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+2}{x^2+3} \right)^{x^2+\sin x-1}$ **ii)** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x^x) - \ln x}{\sin^2(x-1)}$

4) Calcolare i seguenti limiti: **i)** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{x}{x+1}} - e^x}{x^2}$ **ii)** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 \ln(\cos x)}{(1 - e^{x^3}) \sin(2x)}$

5) Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

(a) Dare la definizione di derivabilità di f in x_0 .

(b) Fornire un esempio di funzione continua ma non derivabile in $x_0 = 1$.

(c) Studiare la derivabilità di $f(x) = e^{|x-2|} - x$ e calcolarne la derivata nei punti di derivabilità, derivata destra e sinistra nei punti di non derivabilità.

6) Mediante la definizione di limite verificare che:

$$\textbf{i)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3\sin x}{2x-1} = \frac{1}{2}, \quad \textbf{ii)} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x^2-5x+4)^2} = +\infty.$$

7) Trovare, se esistono, due costanti $a, b \in \mathbb{R}$ tali che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ae^x & x \leq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + b \cos x & x > 0 \end{cases}$$

risulti continua e derivabile su tutto il suo dominio di definizione.

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Simulazione esame (sulla prima parte di programma) -Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare la monotonia e determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = \cos(n\pi) \left(\frac{1}{\sqrt{n^3}} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \quad \text{per } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\},$$

specificando se sono massimo e minimo.

2) Determinare estremo superiore e inferiore dell'insieme

$$A = \{2^{-|x|} : x \in \mathbb{R}\},$$

specificando se sono massimo e minimo.

3) Mediante la definizione di limite verificare che:

$$\text{i)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3+3x}{2x+1} = 2, \quad \text{ii)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x^2}{x+3} = -\infty.$$

4) Calcolare i seguenti limiti

$$\text{i)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin x - \sqrt{2}}{4x - \pi} \quad \text{ii)} \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \left(\log(x-1) - \log(x) \right)$$

5) Data $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

(a) Dare la definizione di derivabilità di f in x_0 .

(b) Fornire un esempio di funzione continua ma non derivabile in $x_0 = 2$.

(c) Studiare la derivabilità di $f(x) = 2 - \sin|x-1|$ e calcolarne la derivata nei punti di derivabilità, derivata destra e sinistra nei punti di non derivabilità.

6) Calcolare i seguenti due limiti:

$$\text{i)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{\tan(x^2) \ln(1+3x)} \quad \text{ii)} \lim_{n \rightarrow +\infty} 3^{-n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$$

7) Studiare continuità e derivabilità della funzione $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x+a^2) & x > 1, \\ b(\sqrt{x}-1) & 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

al variare dei parametri reali a e b .