

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 21-01-2020

Canale A (A-G) Prof.Tardelli

Canale B (H-Z) Prof.Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{n^2 + \frac{1}{2}n \sin \frac{1}{n}}{n + n^2}$

2) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+2}{n+1} = 1$

3) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln \cos x}{x \sin x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 e^x + 2 \ln \cos x}{x \sqrt{x}}$$

4) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^2+n}}{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}$.

5) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = 1 + |x+1|e^{-x}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}(x+4)}$ $\int_0^{\pi/4} e^x \cos x \, dx$

7) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$\begin{cases} xy' + 2y = 2x^2 + x \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

8) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$y'' + 4y = e^x \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

9) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f \in C^n(\mathbb{R})$, ed esista $k \leq n$ tale che si abbia $f^{(k)}(x) \equiv 0$, per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora mostrare che $f(x)$ è un polinomio di grado minore o uguale a $k-1$.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 21-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione

$$a_n = \frac{n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)}{\sin \frac{1}{n}}$$

2) Dimostrare, usando la definizione di limite, che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+2}{n^2+3n} = 0$$

3) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x^2 \sin \frac{1}{x}} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin^2 x}{e^{x^2} - \cos x}$$

4) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}.$$

5) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico della funzione $f(x) = x^3 \ln x$

6) Si calcolino i seguenti integrali

$$\int_0^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}-1} \qquad \int_1^2 x^3 (\ln x)^2 dx$$

7) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$\begin{cases} y' = y^3(\cos t + 1) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

8) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$y'' + y = x \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

9) Mostrare per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$, la funzione $f(x) = x^5 - 80x + a$ ha al più uno zero in $[-1, 1]$.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 21-01-2020

Canale A (A-G) Prof.Tardelli

Canale B (H-Z) Prof.Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione

$$a_n = \frac{1 + n^2}{n^3 \left(3 - 2 \cos \frac{1}{n}\right)}$$

2) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x}{2+3x} = \frac{1}{2}$

3) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin x - \ln \cos x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\sin x - \ln(e^x \cos x)}$$

4) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+2)!}{n! + 1}$.

5) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico della funzione $f(x) = |x-1|e^{-x}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_0^{\pi/4} e^x \cos x \, dx$ $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{1+x}$

7) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$\begin{cases} y' + 5y = 3 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

8) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$y'' - y' - 6y = 0 \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

9) Approssimare col metodo di Newton la soluzione dell'equazione $\ln x = 1/x$: mostrare che il metodo è applicabile in $[1, 2]$, scrivere esplicitamente l'algoritmo e calcolare le prime iterazioni fino a che le prime due cifre decimali si stabilizzano.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 21-01-2020

Canale A (A-G) Prof.Tardelli

Canale B (H-Z) Prof.Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{2n}{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1}}$

2) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2+3x}{1+x} = \frac{5}{2}$

3) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x - \sin x}{x \sin x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{-x} - e^x}$$

4) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2+n^3}{1+3n}$.

5) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = \exp \left\{ \frac{2x+1}{x-2} \right\}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_0^{\pi/2} \cos^7 x \, dx$ $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}(x+4)}$

7) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$\begin{cases} y' + 4x^3 y = 2x^3 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

8) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$y'' + y' - 6y = -4e^x \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

9) Approssimare il valore di $\sqrt{0.5}$ con un errore inferiore al 1%.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 21-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione

$$a_n = \frac{n + n^2}{n - \sin n}$$

2) Dimostrare, usando la definizione di limite, che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 2x}{1 + x} = 1$$

3) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \ln \cos x + x^2 e^x}{x \sqrt{x}} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[4]{x} (\ln \sqrt{x^2 + 1} - \ln x)$$

4) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n + n^2}{2^n + n!}.$$

5) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x} |\ln x|$

6) Si calcolino i seguenti integrali

$$\int_1^2 x^3 (\ln x)^2 dx \qquad \int \frac{dx}{\tan x + \sin x}$$

7) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione

$$y' + y \cos x = 2x e^{-\sin x} \qquad y(0) = 3.$$

8) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$y'' + 9y = 0 \qquad y(0) = 2, \quad y'(0) = -3$$

9) Se la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è tale che $f \in C^1((-1, 3))$, indicare, **motivando la risposta**, di ognuna delle seguenti affermazioni quale è i. corretta, ii. non corretta, o iii. non necessariamente vera o falsa

- (a) $|f(1)| = 0$
- (b) $|f(x)| \in C^2((-1, 3))$
- (c) $|f'(1)| = -1$
- (d) $|f(x)| \in C^0((-1, 3))$

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 21-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{2n^2 + n}{n^2 + 1}$

2) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{2n+3} = \frac{1}{2}$

3) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\sin x - \ln \cos x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin^2 x}{e^{x^2} - \cos x}$$

4) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2+n!}{(n+3)!}$.

5) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = \exp \left\{ \frac{2x+1}{2-x} \right\}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_{-1}^1 \frac{x}{(x^2-4)^2} dx$ $\int_1^{e^\pi} \sin(\ln x) dx$

7) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$y' = y^{2/3} \cos t \qquad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -27$$

8) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$y'' + 3y' - 4y = -3e^{2x} \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

9) Determinare la funzione $\bar{f}(x)$ definita come il prolungamento continuo sull'intero asse reale di $f(x) = (x-1)^2 \ln(x^2 - 2x + 1)$.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 21-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{n^2 \left(2 - \cos \frac{1}{n}\right)}{n^3 + 1}$

2) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + 2x}{1 - x} = 0$

3) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 2x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x\sqrt{x}}{x^2 e^x + 2 \ln \cos x}$$

4) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2 + n^3}{1 + 3n}$.

5) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico della funzione $f(x) = |x|e^{-x+1}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int \sin^2 x \cos^4 x \, dx$ $\int_0^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x} - 1}$

7) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$\begin{cases} xy' + y/x = xe^{1/x} \\ y(1) = 4e \end{cases}$$

8) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$y'' - y = x \qquad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

9) Se $f(x) \in C^1(I)$, $I \in \mathbb{R}$, e $f(x)$ è non crescente, allora $f'(x) \leq 0$, per ogni $x \in \mathbb{R}$. Mostrare un esempio di una funzione che verifichi queste condizioni.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 21-01-2020

Canale A (A-G) Prof.Tardelli

Canale B (H-Z) Prof.Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1}}{9n}$

2) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2^n}\right) = 1$

3) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[4]{x} (\ln \sqrt{x^2 + 1} - \ln x) \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{e^x - e^{-x}}$$

4) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sin n + (-1)^n n}{n^2 \ln n}$.

5) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = \sqrt{x+1} |\ln(x+1)|$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_0^{\sqrt{\pi}/2} x^3 \cos(x^2) dx$ $\int \frac{1}{4x^3 + x} dx$

7) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$\begin{cases} xy' + (2+y)^3 = 0 \\ y(-1) = 3 \end{cases}$$

8) Risolvere il problema di Cauchy, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

$$y'' + y' - 12y = 0 \qquad y(0) = -1, \quad y'(0) = 3$$

9) Approssimare col metodo di Newton la soluzione dell'equazione $x^2 = (1-x)/x$: mostrare che il metodo è applicabile in $[0.2, 2]$, scrivere esplicitamente l'algoritmo e calcolare le prime iterazioni fino a che le prime due cifre decimali si stabilizzano.