

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 07-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare la funzione $\bar{f}(x)$ definita come il prolungamento continuo sull'intero asse reale di

$$f(x) = \frac{3 \ln(1+x^2)}{\sin(e^{x^2}-1)}.$$

2) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione

$$a_n = \frac{\sin \frac{1}{n}}{n^2 \left(\cos \frac{1}{n} - 1 \right)}$$

3) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+2x}{3x-1} = -1$

4) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\cos x)}{x \sin x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{x^2}}{\sin^2 x}$$

5) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2+3n}{1+n^3}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int \sqrt{1+e^x} dx$ $\int_1^2 \frac{dx}{x(x^2+4)}$

7) Risolvere il problema di Cauchy, $\begin{cases} x^2 y' + y = x^2 e^{1/x} \\ y(1) = 3e \end{cases}$, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

8) Risolvere il problema di Cauchy: $y'' - y' - 2y = 0$ $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$.

9) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescita, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = \frac{\ln x}{x-1}$.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 07-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Sia $f(x) \in C^2((a, b))$ ed esistano x_1, x_2 e $x_3 \in (a, b)$ tali che $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = 0$. Provare che esiste almeno un punto $c \in (x_1, x_3)$ tale che $f''(c) = 0$. (Si consiglia di utilizzare due volte il Teorema di Lagrange)

2) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{n^2 + n^2 \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)}{n + n^2}$

3) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{5}{3^n}\right) = 2$

4) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\ln(1+x)} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 4x}$$

5) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{1 + (n+2)!}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_0^1 x^2 \arctan x \, dx$ $\int \frac{x^4 - 1}{x^3 + 2x^2} \, dx$

7) Risolvere il problema di Cauchy, $\begin{cases} y' = y^{2/3} \sin t \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -8 \end{cases}$, individuando il piu' grande intervallo su cui e' definita la soluzione.

8) Risolvere il problema di Cauchy: $y'' + 4y = 0$ $y(0) = 3$, $y'(0) = -2$.

9) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavita' e convessita' (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = 1 - |x|e^{-x}$.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 07-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Mostrare che se $f(x) \in C^2(x_0)$ allora

$$f''(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} [f(x_0 + 2h) - 2f(x_0 + h) + f(x_0)]$$

Perche' se $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{per } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{per } x < 0 \end{cases}$ questa relazione non e' soddisfatta?

2) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo

inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{n^3 + n^2 \sin \frac{1}{n}}{1 + n^2}$

3) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{4n^2+2n} = 0$

4) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(e^x \cos x)}{x \sin x}$$

5) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3+2n}{1+n^3}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 4} dx$ $\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{4 \sin x - 3 \cos x}$

7) Risolvere il problema di Cauchy, $\begin{cases} y' + y \cos x = 2xe^{-\sin x} \\ y(0) = 3 \end{cases}$, individuando il piu' grande intervallo su cui e' definita la soluzione.

8) Risolvere il problema di Cauchy: $y'' - y' - 2y = 0$ $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$.

9) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescita, massimi e minimi, asintoti, concavita' e convessita' (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = e^{x-1} \ln x$.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 07-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Approssimare il valore di $3^{0,5}$ con un errore inferiore al 5%. (Si osservi che $\ln 3 \leq 1,1$ e che si può approssimare $\ln 3 \simeq 1,1$)

2) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{n^2 - \sin n}{n + n^2}$

3) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 2}{1 - 2x} = 2$

4) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1 + \cos x)}{\sin x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{e^{x^2} - \cos x}$$

5) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2 - 1}}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2x + 2} dx$ $\int_{-1}^1 \frac{dx}{2 + e^x}$

7) Risolvere il problema di Cauchy, $\begin{cases} y' + 10y = 1 \\ y\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{2}{10} \end{cases}$, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

8) Risolvere il problema di Cauchy: $y'' + y' + 2y = 0$ $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

9) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = \exp\left\{\frac{x^2 - 4}{x + 1}\right\}$

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 07-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Se $f(x) \in C^1(I)$, $I \in \mathbb{R}$, e $f(x)$ e' non decrescente, dimostrare che $f'(x) \geq 0$, per ogni $x \in \mathbb{R}$. Mostrare inoltre un esempio di una funzione che verifichi queste condizioni.

2) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{1}{n} \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right)$

3) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-1}{2x-1} = \frac{5}{3}$

4) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{1/x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{\tan x - x}$$

5) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2 - 5n + 2}{1 + n^2} \right)^{n^2}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_{-1}^1 \frac{\ln(3+x^2)}{3+x^2} x \, dx$ $\int \frac{\sin \ln x}{x^2} \, dx$

7) Risolvere il problema di Cauchy, $\begin{cases} y' + 3x^2 y = x^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$, individuando il piu' grande intervallo su cui e' definita la soluzione.

8) Risolvere il problema di Cauchy: $y'' + 4y = 0$ $y(0) = 3$, $y'(0) = -2$.

9) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavita' e convessita' (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = (x+2)^3 \ln(x+2)$

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 07-01-2020

Canale A (A-G) Prof. Tardelli

Canale B (H-Z) Prof. Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare la funzione $\bar{f}(x)$ definita come il prolungamento continuo sull'intero asse reale di

$$f(x) = \frac{\sin(e^{x^2} - 1)}{\ln(1 + x^2)}.$$

2) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{n^3 + n^2 \sin \frac{1}{n}}{1 + n^2}$

3) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3^n} - 1 \right) = -1$

4) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} \sin^2 x}{\ln \left(1 + \frac{1}{x^3} \right)} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{e^{2x} - e^{-2x}}$$

5) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)!}{2+n!}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_1^2 \frac{dx}{x(x^2+4)}$ $\int_0^1 x^2 \arctan x \, dx$

7) Risolvere il problema di Cauchy, $\begin{cases} x^2 y' + y = x^2 e^{1/x} \\ y(1) = 3e \end{cases}$, individuando il più grande intervallo su cui è definita la soluzione.

8) Risolvere il problema di Cauchy: $y'' + y' - 12y = 0$ $y(0) = -1$, $y'(0) = 3$.

9) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescita, massimi e minimi, asintoti, concavità e convessità (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\ln x}$.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 07-01-2020

Canale A (A-G) Prof.Tardelli

Canale B (H-Z) Prof.Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Approssimare col metodo di Newton la soluzione dell'equazione $x^2 + 1 = 1/x$: mostrare che il metodo e' applicabile in $[0.5, 1]$, scrivere esplicitamente l'algoritmo e calcolare le prime tre iterazioni x_0, x_1, x_2 .

2) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n}$

3) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x^2+3x} = 0$

4) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[(1+x)^{1/x} - e \right] \frac{1}{x} \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{\sin \frac{1}{x}}$$

5) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{2^n + \ln^3 n}{n!}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{4 \sin x - 3 \cos x} \qquad \int \sqrt{1+e^x} dx$

7) Risolvere il problema di Cauchy, $\begin{cases} xy' - (1+y)^2 = 0 \\ y(1) = 2 \end{cases}$, individuando il piu' grande intervallo su cui e' definita la soluzione.

8) Risolvere il problema di Cauchy: $y'' - y = 0 \qquad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

9) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavita' e convessita' (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = e^{1/x} \ln(x+1)$

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 07-01-2020

Canale A (A-G) Prof.Tardelli

Canale B (H-Z) Prof.Innamorati

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Approssimare il valore di $e^{0,5}$ con un errore inferiore al 1%.

2) Studiare convergenza, monotonia e trovare (se esistono) estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo della successione $a_n = \frac{n^2 - \sin n}{n + n^2}$

3) Dimostrare, usando la definizione di limite, che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{1+3x} = 2$

4) Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti di funzioni reali (si richiede di svolgere almeno il secondo limite con lo sviluppo in serie)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{\ln(x-1)} - \frac{1}{x-2} \right) \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(e^x \cos x)}{\sin x}$$

5) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n^2+n}}$

6) Si calcolino i seguenti integrali $\int_{-1}^1 \frac{dx}{2+e^x} \qquad \int \frac{x^3+x-2}{x^2-1} dx$

7) Risolvere il problema di Cauchy, $\begin{cases} y' + 5y = 1 \\ y\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{2}{5} \end{cases}$, individuando il piu' grande intervallo su cui e' definita la soluzione.

8) Risolvere il problema di Cauchy: $y'' + y' - 6y = -4e^x \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$

9) Determinare: dominio, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, asintoti, concavita' e convessita' (se necessario) e disegnare il grafico di $f(x) = \exp \left\{ \frac{x+2}{x^2-1} \right\}$