

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 30.01.2024 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1. Studiare convergenza, monotonia, determinare estremo superiore ed estremo inferiore e, se esistono, massimo e minimo della seguente successione

$$a_n = \frac{n^2 - \sin(n\pi)}{n + n^2} \quad n \in \mathbb{N} - \{0\}$$

2. Dimostrare usando la definizione di limite che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{4n^2+2n} = 0$

3. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{n} \sin^2 \frac{1}{n}}{\log \left(1 + \frac{1}{n^3}\right)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left[(1+x)^{\frac{1}{x}} - e \right]^2$$

- 4) Si studi la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n \sin \frac{1}{n}}{(n+2)(n+3)}$.

- 5) Calcolare gli integrali

$$\int_0^{\pi/3} \sqrt{\cos x} \sin x \, dx \quad \int \frac{2x}{16-x^4} \, dx$$

e stabilire se l'integrale improprio $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3+x^2} \, dx$ è convergente e (facoltativo) calcolarne il valore.

- 6) Data la funzione $f(x) = \log|x| + |1-x^2|$
determinarne: dominio, asintoti, monotonia, massimi e minimi locali e globali, intervalli di convessità e concavità e disegnarne il grafico.

- 7) Data l'equazione $y'' + 2y' + y = e^{-t}$
determinarne l'integrale generale e risolvere il problema di Cauchy con $y(0) = 1$ e $y'(0) = 0$, individuando il più grande intervallo in cui è definita la soluzione.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 30.01.2024 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1. Studiare convergenza, monotonia, determinare estremo superiore ed estremo inferiore e, se esistono, massimo e minimo della seguente successione

$$a_n = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n} \quad n \in \mathbb{N} - \{0\}$$

2. Dimostrare usando la definizione di limite che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x-1}{2x-1} = 1$

3. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{e^{x^2} - \cos x} \qquad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}} - e^{-\frac{1}{n}}}{\sin \frac{1}{n}}$$

- 4) Si studi la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n! \sqrt{n}}{(n+2)!}$.

- 5) Calcolare gli integrali

$$\int_0^1 x \arctan \sqrt{x} \, dx \qquad \int \frac{x + \sqrt{x+1}}{2x+1} \, dx$$

e stabilire se l'integrale improprio $\int_1^{\infty} \frac{1}{e^{2x}+1} \, dx$ è convergente e (facoltativo) calcolarne il valore.

- 6) Data la funzione $f(x) = \ln \left(1 + \sqrt{|x-1|} \right)$

determinarne: dominio, asintoti, monotonia, massimi e minimi locali e globali, e, se necessario, intervalli di convessità e concavità e disegnarne il grafico.

- 7) Data l'equazione $y'' - 2y' + y = e^t$

determinarne l'integrale generale e risolvere il problema di Cauchy con $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$, individuando il più grande intervallo in cui è definita la soluzione.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 30.01.2024 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1. Studiare convergenza, monotonia, determinare estremo superiore ed estremo inferiore e, se esistono, massimo e minimo della seguente successione

$$a_n = \frac{n}{\sqrt{n-2} - \sqrt{n+2}} \quad n \geq 2$$

2. Dimostrare usando la definizione di limite che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{5}{3^n}\right) = 2$

3. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \log \left(1 + \sin \frac{1}{n}\right)}{1 - \cos \frac{1}{n}} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$$

- 4) Si studi la convergenza della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\log n}$.

- 5) Calcolare gli integrali

$$\int_1^2 \frac{4}{x(\ln^3 x - 8)} dx \qquad \int \frac{(2x+1)(\log(x^2+x+1))^2}{x^2+x+1} dx$$

e stabilire se l'integrale improprio $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2(x^2+4x+9)} dx$ è convergente e (facoltativo) calcolarne il valore.

- 6) Data la funzione $f(x) = \ln \left(\frac{1+|x-1|}{x^2} \right)$

determinarne: dominio, asintoti, monotonia, massimi e minimi locali e globali, e, se necessario, intervalli di convessità e concavità e disegnarne il grafico.

- 7) Data l'equazione $y'' + 2y' - 3y = 2e^{-3x}$

determinarne l'integrale generale e risolvere il problema di Cauchy con $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$, individuando il più grande intervallo in cui è definita la soluzione.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 30.01.2024 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1. Studiare convergenza, monotonia, determinare estremo superiore ed estremo inferiore e, se esistono, massimo e minimo della seguente successione

$$a_n = \frac{n^2 + n(-1)^n}{n^3 + 1}$$

2. Dimostrare usando la definizione di limite che $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{2x + 1} = 0$

3. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 4x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln |x + 1|} \right)$$

- 4) Si studi la convergenza della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3n}{2^n} (\log 5)^n$.

- 5) Calcolare gli integrali

$$\int_0^3 e^x \sqrt{e^x - 1} \, dx \qquad \int \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} \, dx$$

e stabilire se l'integrale improprio $\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 + x^2}} \, dx$ è convergente e (facoltativo) calcolarne il valore

- 6) Data la funzione $f(x) = x (\log |x| + 1)^2$
determinarne: dominio, asintoti, monotonia, massimi e minimi locali e globali, intervalli di convessità e concavità e disegnarne il grafico.

- 7) Data l'equazione $y'' + 4y' + 4y = 0$
determinarne l'integrale generale e risolvere il problema di Cauchy con $y(0) = 3$ e $y'(0) = 2$, individuando il più grande intervallo in cui è definita la soluzione.