

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 19.02.2025 Canale A-G (Cancrini-Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia, determinare estremo superiore ed estremo inferiore e, se esistono, massimo e minimo della seguente successione

$$a_n = n + 3^{5+\cos(\pi n)} \quad n \in \mathbb{N}.$$

2) Determinare se la funzione $f(x) = x^2 + \int_{-x}^x \sin(t) dt$, è continua e derivabile su tutto $\mathbb{R}$. Giustificare le risposte e calcolare la derivata di f nei punti di derivabilità.

3) Si calcolino i seguenti limiti i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$, ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(e^x + 1) - x$.

4) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2}},$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, punti di non derivabilità, estremi relativi e assoluti. Non è necessario determinare gli intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^2}\right).$$

6) i) Calcolare il seguente integrale $\int \frac{1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$,

ii) Dopo averne discusso la convergenza, calcolare l'integrale improprio $\int_0^1 \frac{x+1}{x+\sqrt{x}} dx$.

7) Data l'equazione differenziale

$$y'(t) + \frac{2}{t}y(t) = \cos t$$

determinarne l'integrale generale, risolvere il problema di Cauchy con $y(\pi) = 0$ e indicare l'intervallo massimale di esistenza.

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 19.02.2025 Canale A-G (Cancrini-Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia, determinare estremo superiore ed estremo inferiore e, se esistono, massimo e minimo della seguente successione

$$a_n = 5 + n \cos(\pi n) \quad n \in \mathbb{N}.$$

2) Determinare se la funzione $f(x) = \sin(x) + \int_{-x}^x t^5 dt$, è continua e derivabile su tutto $\mathbb{R}$. Giustificare le risposte e calcolare la derivata di f nei punti di derivabilità.

3) Si calcolino i seguenti limiti i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{4^n - 3^n}$, ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\sin x - \frac{x}{x+1} \right)$.

4) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 4}{x - 5}},$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, punti di non derivabilità, estremi relativi e assoluti. Non è necessario determinare gli intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \sin \left(\frac{1}{n^3} \right) \right).$$

6) i) Calcolare il seguente integrale $\int (\ln x)^3 dx$,

ii) Dopo averne discusso la convergenza, calcolare l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x} + 1}{x^2 + x} dx$.

7) Data l'equazione differenziale

$$y'(t) + \frac{2}{t}y(t) = \sin(t)$$

determinarne l'integrale generale, risolvere il problema di Cauchy con $y(-\frac{\pi}{2}) = 0$ e indicare l'intervallo massimale di esistenza.

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 19.02.2025 Canale A-G (Cancrini-Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia, determinare estremo superiore ed estremo inferiore e, se esistono, massimo e minimo della seguente successione

$$a_n = n2^{\sin(\pi n)} \quad n \in \mathbb{N}.$$

2) Determinare se la funzione $f(x) = 1 - \int_{-x}^x \sin(t) \cos(t) dt$, è continua e derivabile su tutto $\mathbb{R}$. Giustificare le risposte e calcolare la derivata di f nei punti di derivabilità.

3) Si calcolino i seguenti limiti i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n} \left(1 + \frac{1}{3n^3}\right)^{n^4}$, ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(e^{-x} + 2) + x$.

4) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 4}},$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, punti di non derivabilità, estremi relativi e assoluti. Non è necessario determinare gli intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \sin\left(\frac{1}{n^2}\right) \right).$$

6) i) Calcolare il seguente integrale $\int \frac{1}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4} dx$,

ii) Dopo averne discusso la convergenza, calcolare l'integrale improprio $\int_0^1 \frac{2+x^2}{\sqrt{x+x}} dx$.

7) Data l'equazione differenziale

$$y'(t) - 2 \sin(t) \cos(t) y(t) = \sin(t) e^{-\cos^2(t)}$$

determinarne l'integrale generale, risolvere il problema di Cauchy con $y(\pi) = e^{-1}$ e indicare l'intervallo massimale di esistenza.

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 19.02.2025 Canale A-G (Cancrini-Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Studiare convergenza, monotonia, determinare estremo superiore ed estremo inferiore e, se esistono, massimo e minimo della seguente successione

$$a_n = n^5 + \cos(\pi n)n^8 \quad n \in \mathbb{N}.$$

2) Determinare se la funzione $f(x) = x + \int_{-x}^x t \cos(t) dt$, è continua e derivabile su tutto $\mathbb{R}$. Giustificare le risposte e calcolare la derivata di f nei punti di derivabilità.

3) Si calcolino i seguenti limiti **i)** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{5^n + 2^n}$, **ii)** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{\sin x}{x} \right)$.

4) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 4}{x + 5}},$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, punti di non derivabilità, estremi relativi e assoluti. Non è necessario determinare gli intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right).$$

6) i) Calcolare il seguente integrale $\int (\cos x)^3 dx$,

ii) Dopo averne discusso la convergenza, calcolare l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} \frac{2+x}{\sqrt{x}(x^2-4)} dx$.

7) Data l'equazione differenziale

$$y'(t) + \cos(t)y(t) = t e^{-\sin(t)}$$

determinarne l'integrale generale, risolvere il problema di Cauchy con $y(-\frac{\pi}{2}) = e$ e indicare l'intervallo massimale di esistenza.