

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 16.01.2024 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = \frac{(-1)^n n + 2}{n - 1}, \quad n \in \mathbb{N} \setminus \{1\},$$

specificando se sono massimo e minimo. Motivare le risposte.

2) Trovare, se esistono, due costanti $a, b \in \mathbb{R}$ tali che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a \sin(x) + 2 & x \leq 0 \\ \ln(1 + x^2) + x + b & x > 0 \end{cases}$$

risulti continua e derivabile su tutto il suo dominio di definizione.

3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti: i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{x(\cos x - e^{x^2})}$, ii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n^3 + 1)}{\ln(2n^4 - 4)}$.

4) Data la funzione

$$f(x) = e^{-x} \sqrt{|x - 1|},$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, estremi relativi e assoluti e, se necessario, intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n n!}.$$

6) Calcolare i seguenti integrali: i) $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$, ii) $\int \frac{2x+1}{x^2-x+1} dx$.

7) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 2y' + 17y = 5e^{3t}.$$

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 16.01.2023 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = \ln \left(1 + \frac{2}{\sqrt{n}} \right) + (-1)^n, \quad n \in \mathbb{N} \setminus \{0\},$$

specificando se sono massimo e minimo. Motivare le risposte.

2) Trovare, se esistono, due costanti $a, b \in \mathbb{R}$ tali che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^3 + ax + 1} + \sin(x) & x < 0 \\ \arctan(x^2) + 6b & x \geq 0 \end{cases}$$

risulti continua e derivabile su tutto il suo dominio di definizione.

3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti: i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - e^{x^2}}{x^2 + \sqrt{x}}, \quad \text{ii) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 1} \right).$

4) Data la funzione

$$f(x) = x^3 \ln(|x|),$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, estremi relativi e assoluti e, se necessario, intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n\sqrt{n+1}}.$$

6) Calcolare i seguenti integrali: i) $\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt[3]{(6+x^2)^4}} dx, \quad \text{ii) } \int \frac{2x-1}{x^2+x+2} dx.$

7) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 6y' + 8y = e^{2t}.$$

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 16.01.2023 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = \frac{n + (-1)^n}{2n + 1}, \quad n \in \mathbb{N},$$

specificando se sono massimo e minimo. Motivare le risposte.

2) Determinare $\tilde{f}$, prolungamento continuo su $\mathbb{R}$ della funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{(1 - \cos(3x))^2}{x^2(1 - e^{9x^2})}.$$

3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti: i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - 1}{3x - 1}$, ii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)$.

4) Data la funzione

$$f(x) = x \sqrt[3]{|x+1|},$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, estremi relativi e assoluti e, se necessario, intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{5+3n} \right)^{2n}.$$

6) Calcolare i seguenti integrali: i) $\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2+5)^3}} dx$, ii) $\int \frac{2x-1}{x^2-2x+4} dx$.

7) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 13y = 1.$$

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 17.01.2023 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = (-1)^n \frac{2}{n^2 - 1}, \quad n \in \mathbb{N} \setminus \{1\},$$

specificando se sono massimo e minimo. Motivare le risposte.

2) Determinare $\tilde{f}$, prolungamento continuo su $\mathbb{R}$ della funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\ln(1 + 2x^4)}{x^3(2^x - 1)}.$$

3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti: i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - \sqrt{1-x}}{\sin(x)}$, ii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+n}{n + \sqrt{n} + 1} \right)^{\frac{2n}{1+\sqrt{n}}}.$

4) Data la funzione

$$f(x) = e^x \sqrt{|x+1|},$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, estremi relativi e assoluti e, se necessario, intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(\frac{n + \sqrt{n}}{n} \right).$$

6) Calcolare i seguenti integrali: i) $\int_0^{+\infty} \frac{(\arctan x)^2}{1+x^2} dx$, ii) $\int \frac{2x+1}{x^2+2x+3} dx.$

7) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y' - 2y = -e^t.$$