

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 13.02.2024 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = \frac{e^{\sin(n\frac{\pi}{2})}}{n}, \quad n \in \mathbb{N} \setminus \{0\},$$

specificando se sono massimo e minimo e determinare, se possibile, il limite della successione. Motivare le risposte.

2) Trovare per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = \arctan(x^2 - ax)$ ha un punto stazionario in $x = 1$ e determinare se tale punto è di massimo, di minimo, o di flesso a tangente orizzontale per f .

3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti: i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(2x)\sqrt{e^{2x^3} - 1}}{\sqrt{x}(1 - \cos(2x))}$, ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x e^{-t} dt - x^2}{\sin x}$.

4) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{x} e^{-x},$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, estremi relativi e assoluti. Non è necessario determinare gli intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + n^3 \sin(\frac{1}{n})}.$$

6) Calcolare i seguenti integrali: i) $\int \frac{x + \arctan x}{1 + x^2} dx$, ii) $\int_0^{(\pi-1)^2} \frac{\sin(1 + \sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$.

7) Risolvere il seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} y' = \frac{e^{-t}\sqrt{y}}{e^{-t}+1} \\ y(0) = 1. \end{cases}$

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 13.02.2024 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = \log(n^2 - 1) - 2\log(n), \quad n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\},$$

specificando se sono massimo e minimo e determinare, se possibile, il limite della successione. Motivare le risposte.

2) Trovare per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = xe^{\frac{x}{a}}$ ha un punto stazionario in $x = 2$ e determinare se tale punto è di massimo, di minimo, o di flesso a tangente orizzontale per f .

3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti: i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^{2x} - 1)^2}{\sqrt{2x} \sin^3(\sqrt{x})}$, ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos(t) dt + x^3}{e^x - 1}$.

4) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{x-2} e^x,$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, estremi relativi e assoluti. Non è necessario determinare gli intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + n^2 \sin^2(\frac{1}{n})}.$$

6) Calcolare i seguenti integrali: i) $\int \frac{x+1+\log x}{x} dx$, ii) $\int_1^e \frac{\sqrt{\log x}}{x} dx$.

7) Risolvere il seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} y' = (y^2 + 1)(t^2 - 1) \\ y(0) = 1. \end{cases}$

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 13.02.2024 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = \sqrt{n^2 - 1} - n, \quad n \in \mathbb{N},$$

specificando se sono massimo e minimo e determinare, se possibile, il limite della successione. Motivare le risposte.

2) Trovare per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = \arctan(ax^2 - x)$ ha un punto stazionario in $x = 1$ e determinare se tale punto è di massimo, di minimo, o di flesso a tangente orizzontale per f .

3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti: i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{-\frac{1}{x^2}}$, ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{\int_0^x e^{-t} dt - x^2}$.

4) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x-2}{x-1} e^{-x},$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, estremi relativi e assoluti. Non è necessario determinare gli intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + n^3 \log(1 + \frac{1}{n})}.$$

6) Calcolare i seguenti integrali: i) $\int \frac{\log(2+2x)}{1+x} dx$, ii) $\int_0^{\pi/2} \frac{1 + \sin x}{(x - \cos x)^3} dx$.

7) Risolvere il seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} y' = e^{-2y} t \log t \\ y(e) = 0. \end{cases}$

ANALISI MATEMATICA 1 (9 CFU) Ingegneria Industriale

Appello del 13.02.2024 Canale A-G (Tardelli) Canale H-Z (Pignotti-Radici)

n. matricola

cognome.....

nome.....

1) Determinare estremo superiore e inferiore della successione

$$a_n = \frac{\sin(n\frac{\pi}{2})}{\sqrt{n}}, \quad n \in \mathbb{N} \setminus \{0\},$$

specificando se sono massimo e minimo e determinare, se possibile, il limite della successione. Motivare le risposte.

2) Trovare per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = xe^{ax}$ ha un punto stazionario in $x = 2$ e determinare se tale punto è di massimo, di minimo, o di flesso a tangente orizzontale per f .

3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti: i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x^2}$, ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{\int_0^x e^{-t} dt}$.

4) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x-2}{x-3} e^x,$$

determinarne il dominio, eventuali simmetrie, limiti, asintoti, intervalli di monotonia, estremi relativi e assoluti. Non è necessario determinare gli intervalli di convessità e concavità. Tracciarne, infine, un grafico qualitativo.

5) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + n^2 \log(1 + \frac{1}{n})}.$$

6) Calcolare i seguenti integrali: i) $\int \frac{\arctan(\sqrt{3}x) - x}{1 + 3x^2} dx$, ii) $\int \frac{x-1}{1-4x^2} dx$.

7) Risolvere il seguente problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y' = (y^2 + 4)t^2 \\ y(-1) = 1. \end{cases}$$